

Robert COBBAUT
Roland GILLET
Georges HÜBNER

Avec la collaboration d'André van den Berg

La gestion de portefeuille

**Instruments, stratégie
et performance**

2^e édition

Préfaces

Éric CHARPENTIER et Vincent VAN DESSEL

La gestion de portefeuille

Comptabilité, contrôle & finance

Joseph ANTOINE, *Dépliant «Plan comptable minimum normalisé», 7^e édition*

Joseph ANTOINE, Jacques GUIAUX,

Comptabilité - Apprentissage programmé avec tests et corrigés, (3 tomes), 9^e édition

Joseph ANTOINE, Catherine DENDAUIW

Traité de comptabilisation - Répertoire documenté des imputations, 4^e édition

Joseph ANTOINE, avec la collaboration de Stéphane MERCIER,

Lexique thématique de la comptabilité - Dictionnaire spécialisé explicatif, 8^e édition

Joseph ANTOINE, Marie-Claire CAPIAU-HUART, *Dictionnaire des marchés financiers,*

Plus de 2000 termes et expressions expliqués et traduits en cinq langues : anglais, allemand, espagnol, italien, néerlandais, 3^e édition

David BRAULT, *Gérer les crises financières dans les entreprises. Se préparer et anticiper !*

David BRAULT, *Les 100 premiers jours d'une opération de fusion-acquisition. Réussir son intégration*

Claude BROQUET †, Robert COBBAUT, Roland GILLET, André van den BERG,

Gestion de portefeuille, 4^e édition

Robert COBBAUT, Roland GILLET, Georges HÜBNER,

La gestion de portefeuille. Instruments, stratégie et performance, 2^e édition

Karine CERRADA, Yves DE RONGÉ, Michel DE WOLF, Michel GATZ / Loïc DECAUX, Yannick de HARLEZ,

Thomas LAMBERT, *Comptabilité et analyse des états financiers. Principes et applications / Comptabilité et analyse des états financiers. Exercices et corrigés*

Aswath DAMODARAN, *Finance d'entreprise. Théorie et pratique, 2^e édition*

Aswath DAMODARAN, *Pratique de la finance d'entreprise*

Laurence DEKLERCK, Philippe MEURÉE, *Manuel pratique d'impôt des sociétés, 7^e édition*

Yves DE RONGÉ, *Comptabilité de gestion, 3^e édition*

Larbi DOHNI, Carol HAINAUT, *Les taux de change. Approches économiques et financières*

Michel DUBOIS, Isabelle GIRERD-POTIN, *Exercices de théorie financière et de gestion de portefeuille. Avec CD-Rom*

Mahmoud EL-GAMAL, *Finance islamique. Aspects légaux, économiques et pratiques*

Louis ESCH, Robert KIEFFER, Thierry LOPEZ, *Asset & Risk Management.*

La finance orientée «Risques». Avec CD-Rom

Fabienne GUERRA, *Comptabilité managériale. Le système d'information comptable.*

Volume 1 - *Mise en place*

Fabienne GUERRA, *Comptabilité managériale. Le système d'information comptable.*

Volume 2 - *Fonctionnement des comptes*

Fabienne GUERRA, *Comptabilité managériale. Le système d'information comptable.*

Volume 3 - *Règles d'évaluation*

Fabienne GUERRA, *Comptabilité managériale. L'utilisation du système d'information comptable.*

Volume 4 - *Diagnostic externe*

Fabienne GUERRA, *Pilotage stratégique de l'entreprise. Le rôle du tableau de bord prospectif*

Octave JOKUNG NGUÉNA, *Mathématiques et gestion financière. Applications avec exercices corrigés*

Daniel JUSTENS, Michaël SCHYNS, *Théorie stochastique de la décision d'investissement. Avec un CD-Rom*

Philippe KNEIPE, *Trésorerie et finance d'entreprise*

Éric STÉPHANY, *La relation capital-risque/PME*

Benoît PIGÉ (Sous la direction de), *Qualité de l'audit. Enjeux de l'audit interne et externe pour la gouvernance des organisations*

Allen WHITE, *La consolidation directe. Principes de base, 4^e édition*

Robert COBBAUT
Roland GILLET
Georges HÜBNER

Avec la collaboration d'André van den Berg

La gestion de portefeuille

**Instruments, stratégie
et performance**

2^e édition

Préfaces

Éric CHARPENTIER et Vincent VAN DESSEL

Pour toute information sur notre fonds et les nouveautés dans votre domaine de spécialisation, consultez notre site web : www.deboeck.com

© DB SUP s.a., 2015
Fond Jean Pâques, 4 – B-1348 Louvain-la-Neuve

2^e édition

Tous droits réservés pour tous pays.

Il est interdit, sauf accord préalable et écrit de l'éditeur, de reproduire (notamment par photocopie) partiellement ou totalement le présent ouvrage, de le stocker dans une banque de données ou de le communiquer au public, sous quelque forme et de quelque manière que ce soit.

Imprimé en Belgique

Dépôt légal :
Bibliothèque nationale, Paris : mai 2015
Bibliothèque royale de Belgique, Bruxelles : 2015/0074/024

ISSN 1373-0150
ISBN 978-2-8041-9012-5

PRÉSENTATION DES AUTEURS

Robert Cobbaut

Robert Cobbaut est docteur en droit et en sciences économiques appliquées, professeur ordinaire émérite d'économie financière et de sciences sociales à l'Université catholique de Louvain (UCL) : Louvain School of Management, département des sciences économiques et Faculté ouverte de politique économique et sociale (FOPES).

Il est administrateur honoraire de l'Association Belge des Analystes financiers (ABAF).

Il a été directeur de recherche au Centre de Philosophie du Droit (UCL), fellow, University of Chicago (Graduate School of Business), professeur affilié à l'EDHEC (France) et à la Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales (FLACSO), siège de Quito-Équateur, professeur visiteur dans de nombreuses universités en Europe, Afrique et Amérique du Nord et du Sud, président de l'école de gestion de l'UCL (IAG), président de la commission d'Économie et gestion du FNRS, membre du Conseil supérieur des finances (ministère fédéral des Finances), consultant et administrateur de sociétés industrielles et d'institutions financières.

Il est l'auteur de nombreuses publications (ouvrages et articles) sur la finance de marché, la gestion financière d'entreprise, la théorie économique de l'organisation, l'épistémologie des sciences sociales, l'éthique économique et sociale.

Roland Gillet

Roland Gillet est docteur en sciences économiques et major du concours national français d'agrégation de l'enseignement supérieur en sciences de gestion. Il est actuellement professeur de finance à l'Université Paris1-Panthéon-Sorbonne, directeur du master professionnel « Gestion financière et fiscalité », et directeur de l'axe « Efficience des marchés » du Labex « Régulation Financière » (ReFi). Il est également professeur ordinaire à la Solvay Brussels School of Economics and Management de l'Université Libre de Bruxelles, et est ou a été, professeur et/ou chercheur invité dans diverses universités à travers le monde : en Belgique, à l'Université Catholique de Louvain; en Pologne, à l'Université de Varsovie ; au Canada, à l'Université de Sherbrooke ; en Chine, à l'Université Fudan de Shanghai ; et aux États-Unis, à l'Université d'Harvard et au M.I.T.

Il est l'auteur de plusieurs ouvrages et de nombreux articles dans des revues scientifiques (*Journal of Banking and Finance*, *Journal of Business, Finance and Accounting*, *Finance*, *International Journal of Business*, *European Financial Management*, notamment) portant sur la gestion de portefeuille, l'évaluation des actifs réels et financiers, et l'efficience et la microstructure des marchés financiers. Il est directeur de la collection d'ouvrages en économie et en sciences de gestion « L-M » chez Pearson Ed., et a également été désigné président de comité d'évaluation en France par l'Agence d'Évaluation de la Recherche et de l'Enseignement Supérieur (AERES).

Il est représentant académique dans les comités d'indices d'Euronext, et est expert au sein de différents groupes de réflexion au niveau international ainsi que conseiller scientifique auprès de différentes institutions publiques et privées.

Georges Hübner

Georges Hübner (Ph.D., INSEAD) est professeur ordinaire et titulaire de la Chaire Deloitte de Gestion et Performance de Portefeuille à HEC Management School de l'Université de Liège (HEC-ULg), où il est directeur académique et membre du Conseil de l'École. Il est également Professeur Associé à la Maastricht University, Professeur Affilié à l'EDHEC (France) et Professeur Visiteur à la Solvay Brussels School of Economics and Management. Georges Hübner délivre régulièrement des séminaires de formation exécutive pour la préparation aux certifications du GARP (Global Association of Risk Professionals).

Il est l'auteur de plusieurs ouvrages et de plus de 60 articles scientifiques dont certains ont été publiés dans des revues de premier plan telles que le *Journal of Business Venturing*, *Journal of Banking and Finance*, *Journal of Empirical Finance*, *Review of Finance*, *Financial Management* et *Journal of Portfolio Management*. Georges Hübner a obtenu le prestigieux Iddo Sarnat Award 2002 pour le meilleur article publié dans le *Journal of Banking and Finance* en 2001 ainsi que le prix du meilleur article publié dans la revue *Finance* en 2011.

Il est le co-fondateur et directeur scientifique de Gambit Financial Solutions, une société de croissance proche de HEC-ULg qui produit et commercialise des solutions logicielles ergonomiques dans les domaines du profilage d'investisseur, de l'optimisation de portefeuille et de la gestion des risques financiers.

André van den Berg

André van den Berg est docteur en droit.

Il est président honoraire de l'Association Belge des Analystes financiers (ABAF).

Il a été professeur de finance à l'ICHEC et a dirigé pendant de nombreuses années le département des Études financières d'une grande banque belge.

Il est l'un des coauteurs de « *Gestion de Portefeuille* », De Boeck-Université, 1997.

PRÉFACE

Entrées, il y a déjà quelques décennies, dans une ère de mouvements incessants où tout change aussi vite que radicalement, certaines professions, certaines activités, mutent au point de ne plus les reconnaître vingt ou trente ans après. Un « ancien » de la gestion de portefeuille reconnaîtrait-il son métier aujourd'hui ? Pas si sûr. Les règles du jeu et les pratiques ont changé, les compétences requises aussi. L'expérience récente a d'ailleurs montré que les qualités intuitives et les connaissances du marché ne suffisent plus à faire d'un gestionnaire de portefeuille un « bon » gestionnaire de portefeuille.

Plus encore, la crise qui a ébranlé l'ensemble de l'économie et jeté un certain discrédit sur le monde de la finance aux yeux de bon nombre d'investisseurs a mis en exergue toute la complexité du métier. Bien plus qu'une remise en cause des hypothèses académiques que sous-tendent les modèles économiques de référence, elle est en effet la conséquence d'une défaillance et d'un manque de discernement des opérateurs qui, séduits par les innovations financières du marché aux perspectives de gains aussi substantielles qu'aléatoires, en ont oublié les principes de base qui font la crédibilité de la stratégie de gestion de portefeuille.

Dans un tel contexte, le contenu du présent ouvrage répond remarquablement à la problématique de la gestion de portefeuille d'« après crise » où la réflexion stratégique et la redécouverte des modèles fondamentaux s'avèrent plus que jamais cruciales pour regagner la confiance des investisseurs. Dans une perspective critique, les auteurs se sont attachés dans cette nouvelle édition à expliciter davantage ces fondamentaux pour faire mieux apparaître la profonde cohérence, mais aussi les inévitables limites de la « théorie financière moderne » qui les sous-tend. Bien plus qu'une nouvelle édition des ouvrages existants dans le domaine, *Gestion de portefeuille, instruments, stratégies et performances* revisite les méthodes traditionnelles d'asset management et ouvre la réflexion sur de nouveaux modèles, multi-facteurs, combinés ou non à des classes d'actifs alternatifs.

De par son exhaustivité et sa pédagogie, l'ouvrage de Robert Cobbaut, Roland Gillet et Georges Hübner s'adresse donc aussi bien aux universitaires désireux d'acquérir ou d'approfondir les notions théoriques essentielles en matière de gestion de portefeuille qu'aux professionnels du métier souhaitant se tenir au fait de l'évolution de l'art. Un livre... à mettre entre toutes les mains !

Éric CHARPENTIER
Directeur Général
Crédit Mutuel Nord Europe

PRÉFACE

Nous vivons dans un monde qui évolue de plus en plus vite et dans lequel l'information est désormais à la portée de tous. Fini le temps des pigeons, des journaux du soir et des écrans spécialisés pour quelques privilégiés. Place au réseau mondial, et à la surinformation.

Par ailleurs, on peut désormais accéder aux marchés financiers de n'importe quel endroit dans le monde. L'Association professionnelle des agents de change a fait place à des géants boursiers, eux-mêmes devenus sociétés cotées. La transparence des marchés électroniques a réduit le rôle de l'intermédiaire à un fournisseur d'accès informatisé et sécurisé aux marchés, à tout le moins en matière d'exécution d'ordres.

Les marges d'intermédiation se sont fortement réduites ce qui a favorisé la concentration des intermédiaires à la recherche de synergies opérationnelles.

Dans ce cadre, et afin de retrouver les marges, on a assisté à la création de produits de plus en plus complexes et négociés en dehors des bourses qui auront finalement provoqué une crise financière sans précédent, allant jusqu'à toucher les placements de « bon père de famille » et mettant ainsi à l'épreuve la confiance de l'investisseur à long terme, à tout le moins de ceux qui n'étaient pas suffisamment diversifiés.

Un ouvrage complet et éducatif traitant de la gestion de portefeuille est donc plus que la bienvenue dans ce nouvel environnement.

En outre, l'Europe a largement favorisé les grands consortiums bancaires par la MiFID (market in financial instruments directive) qui avait pour but initial de protéger l'investisseur d'une part et de créer la concurrence sur les marchés financiers d'autre part, tout en n'anticipant pas les conséquences (désastreuses) que cette politique a eue sur le financement des sociétés familiales et innovantes.

La fragmentation des marchés, organisée par les grandes banques, n'a eu pour seul but que de créer la confusion sur les marchés et d'affaiblir les intermédiaires locaux. Ceux-ci sont désormais obligés d'externaliser l'exécution de leurs ordres à ces mêmes grandes banques qui, sous le couvert d'offrir la meilleure exécution, s'approprient le flux d'ordres en tant que contrepartie et peuvent ainsi mieux contrôler la formation de prix sur le marché de référence. Il est donc indispensable d'aider l'investisseur et l'intermédiaire à comprendre.

L'ouvrage de Robert Cobbaut, Roland Gillet et Georges Hübner s'inscrit parfaitement dans cette logique. La contribution d'experts reconnus et appréciés ne peut que réjouir ceux qui, comme moi, croient que la meilleure défense de l'investisseur passe par sa formation. La complexité de la gestion de portefeuille fait en sorte que cet ouvrage, qui allie l'académique à la pratique, servira de référence à tout un chacun qui est à la recherche de connaissance et d'idées en la matière. Bonne lecture !

Vincent VAN DESSEL

Président et CEO de NYSE Euronext Brussels

INTRODUCTION

Depuis le milieu du siècle dernier, la gestion de portefeuille a subi une profonde mutation. Il est loin, en effet, le temps où le gestionnaire pouvait se contenter d'appliquer quelques règles de bon sens et de bien connaître les sociétés cotées. Ce sont les travaux de Markowitz qui, au cours des années 1950, ont marqué le point de départ des développements théoriques modernes relatifs à la gestion des investissements en actifs financiers et au fonctionnement des marchés financiers. Si la notion de diversification était connue bien avant Markowitz, c'est ce dernier qui l'a conceptualisée et quantifiée, rendant ainsi possible la détermination des proportions optimales à investir dans les différents actifs financiers pris en considération par l'investisseur ou le gestionnaire de fortune.

C'est toutefois depuis le milieu des années 1960, avec les travaux de Sharpe, Lintner et Mossin (sur les conditions d'équilibre des marchés financiers) et de Fama (sur l'efficacité de ces mêmes marchés), que la littérature relative à la gestion de portefeuille connaît un extraordinaire développement qui semble encore loin de son terme.

Les développements théoriques de la gestion de portefeuille ont trouvé de nombreuses applications pratiques : que l'on songe par exemple à l'optimisation des portefeuilles, au Dividend Discount Model, aux modèles multi-factoriels, à l'évaluation des options, aux stratégies actives en actions et obligations, aux stratégies alternatives... Qui plus est, ces applications pratiques ont, ce qui est rare, suivi d'assez près l'élaboration des concepts théoriques dont elles sont issues.

Cet ouvrage se propose d'introduire graduellement le lecteur à ce domaine à la fois passionnant et complexe. Dans un souci de progressivité et de cohérence, le traitement de cette problématique s'opère en trois temps. Tout d'abord, les bases de la théorie moderne de portefeuille et de l'efficacité des marchés sont exposées de façon pédagogique, argumentée et critique. En effet, si l'ouvrage est construit dans la perspective de la théorie dominante qui est celle du courant de pensée néo-classique en économie, il ne manque pas de caractériser brièvement, sur chacune des problématiques majeures du domaine, les théorisations alternatives qui sont apparues progressivement au cours des quarante dernières années, c'est-à-dire après que le modèle « fordiste » des « trente glorieuses » (1945-1975) eût épuisé son potentiel de croissance.

Dans le cadre de référence ainsi tracée, la première partie de l'ouvrage passe ensuite en revue les classes d'instruments financiers susceptibles d'intégrer un portefeuille de valeurs mobilières, à savoir les actions, les titres à revenus fixes, les produits dérivés et les actifs alternatifs, avec leurs principes de valorisation et leurs propriétés dans le cadre de la gestion d'actifs.

Dans un deuxième temps, les stratégies de gestion de portefeuille proprement dites, par classes homogènes ou dans une optique d'allocation d'actifs, font l'objet d'un examen minutieux.

Cette analyse est, enfin, complétée dans un troisième temps par d'importants développements consacrés à un traitement complet et adapté des instruments, straté-

gies et méthodes de contrôle de la performance de portefeuille, ce qui permet d'établir un lien concret entre la mise en œuvre des principes de gestion et le contrôle de leur qualité. Ainsi, au fil de l'ouvrage, le lecteur aura eu l'occasion de passer successivement en revue les instruments de la gestion de portefeuille, les méthodes permettant de mettre celle-ci en application et les moyens d'en contrôler la qualité.

*

La vocation première de cet ouvrage est d'être, en fin de cycle de Bachelier ou de Master en sciences économiques ou en sciences de gestion, un support d'enseignement à l'intention des étudiants qui ont choisi de donner à leurs études une orientation financière. Les bases théoriques de la gestion de portefeuille ont été soigneusement développées à l'intention des étudiants, qui trouveront en outre dans cet ouvrage des exemples détaillés illustrant quelques-unes des techniques quantitatives les plus usitées en économie financière.

Toutefois, ce livre est également destiné aux professionnels de l'analyse financière et de la gestion des portefeuilles de valeurs mobilières. Enfin, il s'adresse également à tout investisseur doté d'une formation de base en économie et en statistique.

Les professionnels de l'analyse financière devraient y découvrir avec un intérêt particulier les chapitres consacrés aux méthodes de gestion active, passive et alternative, ainsi qu'aux mesures de performance. Par ailleurs, plusieurs rappels statistiques ont été rédigés à leur intention, afin de leur rendre plus aisée la lecture de l'ensemble de l'ouvrage.

Quant à l'investisseur non professionnel, il trouvera dans les chapitres consacrés à la stratégie passive et à l'efficacité des marchés un message qui lui est particulièrement destiné. La lecture des autres chapitres ne peut manquer de lui être profitable, même s'il omet certains développements théoriques et quantitatifs.

*

Nous tenons à rendre hommage à feu Claude Broquet et à André van den Berg, tous deux coauteurs des éditions successives de l'ouvrage *Gestion de portefeuille*, édité par la même maison. Le présent opus n'en est pas une nouvelle édition en raison des différences importantes qu'il présente quant à l'évolution du contenu des chapitres de base, à l'exposé des leçons tirées de la crise financière de 2008 et à l'abondant matériau nouveau introduit dans la dernière partie. Néanmoins, les auteurs revendiquent avec force l'héritage de ces deux précurseurs, comme en témoigne le fait que, pour la rédaction des chapitres 14 à 16 de cette nouvelle édition révisée de leur dernier ouvrage, ils ont obtenu la collaboration d'André van den Berg sur ses sujets de prédilection.

Enfin, il nous est particulièrement agréable de remercier notre collègue Philippe Gillet (Université Paris-Sud) pour sa collaboration à la mise à jour du chapitre 9 de même que tous ceux qui nous ont apporté leur concours en acceptant de relire tout ou partie de notre texte ou en nous aidant dans la préparation des exemples qu'il contient.

Robert COBBAUT

Roland GILLET

Georges HÜBNER

PREMIÈRE PARTIE

LES ACTIONS

SOMMAIRE

Chapitre 1

Logique d'investissement et mesure de la rentabilité

Chapitre 2

Le risque d'un placement en actions

Chapitre 3

L'attitude de l'investisseur face au risque

Chapitre 4

Sélection des titres : la « diversification efficiente »

Chapitre 5

Le modèle de marché

Chapitre 6

Modèles d'équilibre du marché financier (MEDAF ou CAPM)

Chapitre 7

Les modèles multi-facteurs

Chapitre 8

L'évaluation des actions

Chapitre 9

Efficiences des marchés boursiers

Dans cette première partie, l'exposé, bien que de caractère général, aura pour support les actions. Ce choix est justifié par le fait que celles-ci, outre le fait d'être porteuses de droits pécuniaires, sont des titres représentatifs de droits d'associé dans une société de capitaux et sont de ce fait le plus complexe et le plus risqué des actifs financiers de base. La deuxième partie de cet ouvrage présentera les autres classes d'actifs financiers.

CHAPITRE 1

LOGIQUE D'INVESTISSEMENT ET MESURE DE LA RENTABILITÉ

SOMMAIRE

1. Brève chronologie de la recherche en gestion de portefeuille
2. Les fonctions de la finance
3. La théorie de l'investissement de la finance moderne : les axiomes
4. La théorie de l'investissement de la finance moderne : le modèle en avenir certain
5. La prise de décision en avenir incertain
6. La théorie de l'investissement de la finance moderne en avenir incertain
7. La rentabilité des investissements en actions

1. BRÈVE CHRONOLOGIE DE LA RECHERCHE EN GESTION DE PORTEFEUILLE

Le bref historique qui suit permettra de mieux comprendre l'évolution des conceptions en matière de gestion de portefeuille et, en particulier, la relation dialectique qui s'est installée entre les approches de théorisation et les travaux de recherche sur les données factuelles observées. Jusqu'au milieu du siècle dernier, alors que la remarquable thèse de doctorat du français Bachelier [1900] sur la spéculation était passée à peu près inaperçue, la gestion de portefeuille a, comme les autres domaines de la finance — à l'exception toutefois du domaine des finances publiques structuré de longue date par le modèle de la comptabilité nationale — fait l'objet d'un traitement purement empirique. La littérature académique qui lui était spécifiquement consacrée consistait pour l'essentiel en un travail de systématisation des *best practices* des professionnels en matière de diversification des placements.¹ C'est seulement à partir de la décennie 1950 que la gestion des placements en valeurs mobilières, comme on disait alors, a suscité l'intérêt des spécialistes de l'économie financière, confinés jusqu'alors de manière quasi-exclusive dans l'étude des mouvements des taux d'intérêt,² ainsi que celui des spécialistes de la recherche opérationnelle et, en particulier, de l'algorithmique, discipline indispensable à l'utilisation des ordinateurs. Harry Markowitz, qui travaillait à l'époque à la Rand Corporation, apparaît comme le précurseur. En 1952, il publie dans le *Journal of Finance* un article intitulé « *Portfolio Selection* », qu'il développera dans un ouvrage, paru en 1959, et où il expose comment réaliser, à partir d'une prise en compte explicite de l'incertitude de l'avenir et donc du risque, ce qu'il appelle une « diversification efficiente » des investissements.³ Cette caractérisation manifeste clairement la volonté de l'auteur d'adopter une démarche visant à élaborer une **théorie** — et, qui plus est — une **théorie normative de l'investissement en valeurs mobilières**. Dans le même temps, Miller et Modigliani [1958, 1961] jetaient les bases de la théorie économique des décisions financières de l'entreprise.

Dès le début de la décennie 1960, une bifurcation s'opère : simultanément à la poursuite de la recherche théorique se développe un courant de recherche statistique et plus particulièrement économétrique qui n'a pas cessé de s'amplifier depuis lors.

En ce qui concerne la recherche théorique, William F. Sharpe publie en 1964 un article qui définit les conditions d'**équilibre** d'un « **marché efficient** » d'**actifs financiers**, c'est-à-dire d'un marché où des investisseurs **rationnels**⁴ décident de leurs transactions en se conformant aux principes de diversification « efficiente » des

1. Variations sur le dicton de grand-mère : « il ne faut pas mettre tous ses œufs dans le même panier ».

2. Voir, par exemple : Fisher [1930], Macaulay [1938].

3. Le concept statistique de covariation est le pivot de son algorithme. Il sera explicité plus loin (chapitres 2 à 4).

4. Les concepts de marché efficient et de rationalité, de même que celui de « promenade aléatoire » seront explicités dans la section suivante.

placements définis par Markowitz. De manière pratiquement concomitante, Lintner [1965], Samuelson [1965] et Mossin [1966] approfondissent la formalisation de l'intuition de Sharpe. Les contributions de ces cinq auteurs, auxquelles s'ajoutent les travaux de Miller et Modigliani, ont posé les fondations de ce qu'on appelle maintenant la **Théorie Financière Moderne** (ci-dessous **TFM**), dont la pierre angulaire est le fameux *Capital Asset Pricing Model* (**CAPM**), en français **Modèle d'Évaluation Des Actifs Financiers** (**MÉDAF**).⁵

Pour la décennie en question, les investigations « empiriques », au sens anglo-saxon du terme, se sont focalisées sur la validation de l'hypothèse dite de « **promenade aléatoire** » (*random walk*) des cours boursiers qui, comme l'a démontré Samuelson en 1965, doit être observée sur un marché « efficient » d'actifs. Parmi les contributions les plus importantes, on épinglera les études de Cootner [1964], Fama [1965] et Fama, Fisher, Jensen et Roll [1969].

La décennie 1970 fut marquée avant tout par la parution, sous la signature de Fisher Black et Myron Scholes [1973], du premier article de la littérature académique sur le *pricing* des options, qui présente la célèbre formule connue sous leurs deux noms. Jusqu'alors, la pratique des professionnels de l'investissement en valeurs mobilières, gérants de fonds mutuels, se limitait, sauf exceptions rarissimes, au style « *long only* » qui prohibe les positions à découvert (« *short positions* »). La combinaison de telles positions sur les actifs primaires et d'opérations sur les produits dérivés, objets d'une création rapidement foisonnante, a permis l'apparition d'une multitude de styles d'investissement, les uns à vocation défensive, c'est-à-dire visant à réduire le risque, les autres à vocation offensive, prenant au contraire des positions spéculatives parfois très fortement risquées. Il en sera fait une présentation détaillée dans la troisième partie de cet ouvrage.

On ne rendra pas compte ici des évolutions ultérieures. Celles-ci seront présentées de manière non plus chronologique, mais thématique dans les prochains chapitres. On se bornera à mentionner qu'à mesure que les méthodes de la statistique et de l'économétrie gagnaient en sophistication, les résultats de l'analyse des données observées amenaient, comme on le verra plus loin, à nuancer de plus en plus nettement, sinon à invalider carrément les résultats des premières études qui, dans l'ensemble, débouchaient sur une validation convaincante du corpus théorique bâti entre 1950 et 1970. À mesure que les débats gagnaient en intensité sans qu'une alternative théorique globalisante apparaisse⁶, on assista à un basculement de la recherche d'un positionnement « *model driven* » vers un positionnement « *data driven* »⁷ visant à répliquer le comportement d'ensembles très importants d'observations. Cette

5. On notera au passage que les anglo-saxons parlent de manière plus pragmatique, mais aussi plus prudente de fixation du prix (*pricing*) plutôt que de détermination de la valeur.

6. On se bornera à signaler qu'on a vu se développer un courant de recherche en théorie économique visant à une optimisation simultanée des décisions de consommation, d'investissement et de financement et permettant ainsi d'intégrer de manière moins idéalisée le secteur financier dans un modèle d'équilibre général de l'économie. Ce courant est resté très largement ignoré des professionnels de la gestion d'actifs

7. Johnstone D.J.[2013], p. 2.

évolution a été favorisée notamment par le développement des moyens d'analyse des données à haute fréquence, qui a permis d'élaborer et de modéliser des stratégies permettant de réaliser des profits significatifs sur des intervalles de temps extrêmement brefs (*intra-day trading*).

2. LES FONCTIONS DE LA FINANCE

2.1 Le financement

Le système financier est un des sous-ensembles du système économique global. Sa fonction est double. Il s'agit d'abord de créer pour les acteurs économiques qui disposent de **revenus** supérieurs à leurs **dépenses de consommation**, au sens le plus large du terme, une structure efficace de centralisation de l'**épargne** ainsi rendue disponible pour l'**investissement**. Il s'agit ensuite de réaliser une allocation efficiente des ressources financières ainsi mobilisées, c'est-à-dire de distinguer parmi les acteurs du sous-système de **production**, appelés les *entreprises*, toujours dans un sens large, ceux dont les projets offrent les meilleures perspectives de création de richesse future. Pour répondre à la grande variété de ces projets, les opérateurs financiers ont conçu une grande diversité d'instruments de financement. À ce stade de l'exposé, nous nous bornerons à opérer deux distinctions fondamentales, d'une part, entre le financement par **dette** et le financement en **capital à risque** et, d'autre part, entre l'**intermédiation financière** et le **financement de marché**.

L'acteur économique qui procède à un **emprunt** met en vente un *titre de créance* sur lui-même, par lequel il s'engage de manière ferme et définitive à payer à sa contrepartie à une (ou plusieurs) échéance(s) fixée(s) une (ou plusieurs) somme(s) d'argent déterminée(s). Le défaut de paiement irrémédiable entraîne la *faillite* du débiteur, c'est-à-dire sa disparition au moins temporaire en tant qu'acteur économique.

En émettant des titres de capital à risque que nous désignerons ici par le terme générique d'**actions**, un acteur — et le plus souvent un groupe d'acteurs formant une personne morale appelée société — propose aux souscripteurs des titres qu'il met en vente un statut d'associé. Les associés sont conjointement responsables, le plus souvent dans les limites de leur mise de fonds, des engagements de la société ainsi formée. En contrepartie, ils détiennent deux types de droits : d'une part, celui de participer à la gestion de la société⁸ (droit de vote à l'assemblée générale) et, d'autre part, celui de recevoir, selon la décision prise collectivement en assemblée générale, une part du profit net réalisé par la société (dividende). Dans bon nombre de cas, les droits d'associé sont librement cessibles.

Dans le système dit d'*intermédiation* (financement bancaire), c'est la banque qui, en leur octroyant un crédit⁹, achète aux entreprises les titres de créance qu'elles

8. Juridiquement, c'est d'ailleurs cette dernière, et non les actionnaires, qui est propriétaire des actifs mis en œuvre par l'entreprise : voir Robé [1999].

9. On vise donc ici uniquement le financement par dette.

émettent sur elles-mêmes. À son tour, la banque finance ses opérations de crédit en émettant des titres de créance sur elle-même. Les épargnants ne sont donc plus que des créanciers indirects. Le seul créancier direct est la banque qui exerce, en son nom propre et en celui de ses déposants, une surveillance (*delegated monitoring*) continue des crédits durant toute la durée du crédit. Les banques, qui se rémunèrent par un différentiel positif entre leurs taux prêteur et emprunteur, sont des opérateurs privés en concurrence pour la réalisation de profits. Ce système, qui est sans contredit le plus efficient, est aussi le plus coûteux. C'est pourquoi, dès que les progrès de la télématique l'ont permis, on a vu se substituer, dans des proportions rapidement croissantes, à l'intermédiation classique le **financement direct de marché** dans lequel les banques, dans un rôle de courtier rémunéré à la commission, n'interviennent plus que ponctuellement (*initial public offering* — *IPO*), comme c'est le cas pour les actions, pour placer les titres sur le marché à l'intention des investisseurs privés et surtout institutionnels. Ce système a donc pour avantage de réduire le coût du financement, mais il est par contre considéré par un nombre croissant d'auteurs comme significativement moins efficient. Ainsi, par exemple, les agences de notation ne sont qu'un substitut imparfait — et susceptible d'entrer en conflit d'intérêts avec ses clients — du *delegated monitoring*. En outre, la formule présente un biais systématique en faveur des acteurs de grande taille ; elle engendre aussi un « risque systémique » d'amplification par contagion des chocs et des crises.¹⁰

2.2 La valorisation des actifs financiers

Les actifs financiers sont des droits de créance ou des droits d'associés émis par une entité qui opère dans la sphère dite de l'économie réelle, celle de la production de biens ou de services marchands. Ces actifs financiers sont des promesses de revenu différé. Pour assigner à celles-ci une valeur monétaire qu'ils pourront comparer au prix qui leur est demandé, les investisseurs doivent être à même de déterminer, ou à tout le moins d'estimer avec une précision suffisante la capacité de l'émetteur de générer par ses opérations de production et de commercialisation des revenus qui suffiront à effectuer le service de sa dette et à rémunérer sur le surplus ses actionnaires d'une manière conforme aux attentes de ceux-ci, tout en constituant une épargne interne qu'on appelle l'autofinancement. Pour ce faire, ils doivent disposer d'un **modèle**, c'est-à-dire d'une représentation formalisée permettant une quantification de leur situation décisionnelle. Cette représentation doit être à la fois aussi réaliste et aussi « maniable » que possible. Une bonne modélisation est, en effet, un compromis bien conçu entre ces deux exigences au moins partiellement contradictoires.

Tout modèle est le résultat de l'élaboration d'une **théorie** qui est elle-même une construction conceptuelle, toujours contestable, destinée à vérifier une hypothèse et qui consiste en un ensemble de propositions déduites logiquement d'un certain nombre de prémisses appelées axiomes. Un **axiome** ou postulat est une

10. Pour plus de détails — ce qui sort du cadre assigné à cet exposé —, voir par exemple deux visions fortement contrastées : Aglietta [2001] et de Servigny et Zelenko [1999].

proposition nécessaire à la démonstration de la véracité de l'hypothèse, mais qu'il n'est pas possible de démontrer. De plus, pour constituer le fondement d'une théorie, un ensemble d'axiomes doit faire l'objet d'un consensus au sein d'une communauté scientifique suffisamment large. Plusieurs *paradigmes*, théories axiomatisées de manières différentes sur un même objet de connaissance, peuvent donc coexister et entrer en concurrence au sein d'une même discipline scientifique.¹¹ On en verra un exemple à la sous-section suivante. Pour qu'une théorie puisse faire l'objet d'une analyse critique, il faut également que ses axiomes soient définis de manière totalement explicite. En ce qui concerne la TFM, dont cet ouvrage expose les développements relatifs au marché financier et qui s'inscrit dans le courant « **néo-classique** » des théories économiques, fortement dominant, cette exigence n'a malheureusement pas été toujours pleinement satisfaite. Il est vrai qu'il s'agit d'une discipline très jeune, puisqu'elle n'est apparue, comme on l'a vu, qu'au cours de la décennie 1950.

Dans cet exposé, nous nous bornerons à présenter les positions théoriques adoptées par le courant néo-classique, en ajoutant quelques considérations sur les principales critiques qui sont adressées à celui-ci.

3. LA THÉORIE DE L'INVESTISSEMENT DE LA FINANCE MODERNE : LES AXIOMES

Pour des raisons de clarté dans la présentation initiale du modèle formel de l'investissement, nous ajouterons aux deux premiers axiomes définis ci-dessous et qui sont les deux piliers conceptuels de la TFM, une *prémisse provisoire* lourdement irréaliste *d'absence d'incertitude de l'avenir*, qui sera abandonnée dès la section suivante.

3.1 Axiome 1 : « Les agents économiques sont rationnels »

Dans son acception la plus large, la **rationalité** est définie par Simon [1976] comme « ...un comportement approprié à la réalisation de buts donnés à l'intérieur des limites imposées par des conditions et des contraintes données ». La conception que s'est forgée la TFM, qui est celle de l'intégralité de la théorie économique néo-classique, est qualifiée par Simon de **rationalité substantielle**¹², qui considère comme possible d'identifier tous les déterminants de la valeur des objets de choix et, par voie de conséquence, de désigner dans chaque situation la décision qui est la meilleure de toutes les

11. Voir : Thinès et Lempereur [1984]. Dans la perspective de la construction d'un « paradigme alternatif », voir en particulier : Orléan [2011] qui propose de revisiter dans un esprit très différent la notion de valeur.

12. Dans le vocabulaire philosophique, une théorie substantialiste admet l'existence « de “substances”, choses qui existent par soi et ont donc le caractère d'une réalité permanente que l'esprit humain peut connaître de manière exhaustive et à laquelle il peut assigner une valeur objective. Aux théories « substantialistes » s'opposent les théories « phénoménistes » qui rejettent « ...l'existence d'une réalité permanente, essentielle des choses » (Thinès et Lempereur cit., p. 922).

décisions possibles : l'*optimum*. Une telle approche implique que l'on adopte des postulats extrêmement forts, constitutifs de l'**hypothèse dite d'information parfaite**. On considère donc que les acteurs économiques satisfont à toutes les conditions nécessaires pour identifier de manière exhaustive les actions possibles et leurs conséquences et déterminer par conséquent la décision optimale : ils possèdent toutes les capacités cognitives requises et détiennent toute l'information pertinente et tous les moyens de calcul requis. Placés dans de telles conditions, ces acteurs sont dits capables d'**anticipations rationnelles** (*rational expectations*). Selon cette théorie, les valeurs attendues,¹³ parce qu'elles sont des prédictions formulées par des agents rationnels informés, sont essentiellement les mêmes que celle de la théorie économique pertinente ».¹⁴

À y regarder de plus près, cette conception de la rationalité procède non pas d'une démarche positive décrivant la manière dont le décideur agit, mais d'une démarche normative prescrivant la manière dont celui-ci *devrait* agir dans la poursuite d'un **objectif précis**, qui consiste en l'occurrence à promouvoir le plus efficacement son **intérêt propre**. Ce basculement du « descriptif » vers le « prescriptif » est une caractéristique majeure de l'évolution, au cours du siècle dernier, d'un courant de pensée qui définit la théorie économique comme une **théorie du choix rationnel**. La critique de cette dernière a été le point de départ d'un courant de pensée qui s'est développé au cours des cinquante dernières années et se constitue progressivement en paradigme alternatif. Les économistes qui s'y inscrivent rejettent la conception idéalisée et atemporelle des néo-classiques et, s'appuyant sur les acquis d'autres disciplines de sciences humaines telles que les sciences cognitives, la sociologie de l'organisation, l'anthropologie..., optent pour un postulat de **rationalité limitée et procédurale**, fortement contextualisée et prenant en compte les limitations cognitives des acteurs humains¹⁵, ainsi que la dimension temporelle, « diachronique », des phénomènes et des actions et, en particulier, l'importance primordiale des effets d'apprentissage. Les auteurs appartenant à ce courant soulignent également le caractère spécifique des décisions interactives par rapport aux décisions prises individuellement, de même que l'utilité pour les individus d'adopter des comportements coopératifs,...¹⁶

3.2 Axiome 2 : « Le marché financier est efficient »

Sur la base des postulats qui fondent l'hypothèse d'information parfaite, on pourrait considérer — ce qui est très souvent le cas — que ce deuxième axiome est purement et simplement un corollaire du premier et peut s'énoncer de la manière

13. Il s'agit donc de la connaissance exacte et complète de la distribution de probabilité des variables — par essence aléatoires — du modèle formel d'équilibre de l'économie.

14. Sheffrin [1983, p. 5]. Ce fondement axiomatique est une hypothèse particulièrement forte, mais totalement cohérente avec l'hypothèse de rationalité substantielle. Les anticipations rationnelles ne sont donc qu'un cas particulier (prévision parfaite), à un facteur purement aléatoire (espérance nulle et variance constante) près, de l'hypothèse d'information parfaite.

15. Telles qu'elles ont été décrites par des auteurs comme Schelling [1980] ou Kahneman et Tversky [1979].

16. Pour plus de détails, on consultera la remarquable synthèse de Favereau [1997, pp. 2.794-2.808].

suivante : **un marché dans lequel les prix reflètent intégralement et de manière quasi-instantanée l'information disponible est dit efficient.**¹⁷

Toutefois, des hypothèses aussi fortes que la disponibilité totale et la gratuité intégrale de l'information, ainsi que de la capacité des acteurs du marché de faire de celle-ci un usage en tous points adéquat, si elles sont des conditions nécessaires de l'efficacité, n'en sont pas des conditions suffisantes. Encore faut-il que l'organisation du système de transactions constitue un mode de coordination externe qui, par une centralisation des actions individuelles des investisseurs permette aux potentialités que l'on vient de décrire de s'exprimer valablement. Le fait de se doter d'une structure de coordination rigoureuse, « transparente » et, dans de nombreux cas, contrôlée et garantie par les pouvoirs publics est un trait commun à tous les **marchés** dits « **organisés** », par opposition aux structures privées que sont les **marchés** dits « **de gré à gré** ».

L'archétype des marchés organisés est l'enchère à la criée des anciennes bourses de valeurs. Aujourd'hui, sur les marchés « dirigés par les ordres » (*order driven*), le « commissaire-priseur » de Walras s'est vu substituer le plus souvent un dispositif informatique permettant une cotation en continu. Toutefois, sur de nombreux marchés organisés, le système est « dirigé par les prix (*price driven*) ». Cette expression non dépourvue d'ambiguïté désigne un mode de fonctionnement dans lequel les transactions s'effectuent « en deux temps » avec la double intervention d'un « teneur de marché » (*broker*), professionnel spécialisé qui s'est engagé envers l'autorité de marché à se porter, pour un certain nombre de titres, contrepartie de tous les ordres qui lui sont adressés en annonçant un prix de vente (*bid price*) et un prix d'achat (*ask price*) dont le différentiel, appelé « *spread* », constitue la rémunération de ce service d'intermédiation. À ceux qui critiquent ce système comme contrevenant à la règle de l'unicité du prix et donc de l'assignation de la « vraie » valeur du titre, il est répondu par l'argument pragmatique que ce mode d'organisation contribue par ailleurs à l'efficacité du système de transactions en accroissant la liquidité de celui-ci. Encore faut-il qu'en fonction de la taille du marché, le nombre des *brokers* soit suffisant pour que puisse s'installer entre les intermédiaires une concurrence suffisamment active pour garantir un *spread* raisonnablement étroit.

On notera également que Walras, dans ses *Éléments d'économie politique pure* [1889] a, en vue de pouvoir modéliser sans complexité excessive l'équilibre général du système économique, fait du marché financier et même, plus précisément, du marché boursier le prototype de tous les marchés, posture que le courant critique mentionné plus haut conteste pour son caractère exagérément réducteur. Ainsi, Favereau [1989] propose une typologie qui comporte trois catégories principales.¹⁸ Sur ce dernier point, on ne peut ici que renvoyer le lecteur à la littérature spécialisée.

17. Voir Fama [1976, pp. 133-137]

18. Voir aussi : Döringer et Piore [1985].

4. LA THÉORIE DE L'INVESTISSEMENT DE LA FINANCE MODERNE : LE MODÈLE EN AVENIR CERTAIN

Sous l'hypothèse provisoire et totalement irréaliste que l'avenir est connu en toute certitude, la modélisation du système financier devient extrêmement simple. En effet, tous les acteurs économiques auront la même vision des revenus monétaires futurs générés par les activités d'économie réelle ; il n'existera par conséquent qu'un seul actif financier qui sera un titre de créance ordinaire portant intérêts à un taux unique pour chaque période élémentaire de temps,¹⁹ puisque ce taux rémunère exclusivement le créancier pour son abstention de consommer durant une période une part de son revenu.²⁰ Bien entendu, il importe alors que la période élémentaire de temps à utiliser pour tous les calculs soit la période de **capitalisation à intérêts composés** à ce taux unique : les intérêts produits par un capital investi au cours d'une période²¹ sont, en fin de période, incorporés au capital et deviennent donc à leur tour productifs d'intérêts. On fait ici l'hypothèse encore plus simplificatrice que tous les taux d'une période sont égaux.

$$V_t = V_0(1 + i)^t \quad [1-1]$$

Où V_0 : le capital investi au temps zéro (début de la 1^{ère} période)

i : le taux d'intérêt par période

V_t : le capital accumulé à intérêts composés au temps t (fin de la période t)

t : l'indice du temps (nombre de périodes élémentaires écoulées depuis le temps initial (temps zéro ou début de la 1^{ère} période))

$$V_0 = V_t \times \frac{1}{(1 + i)^t} \quad [1-2]$$

L'opérateur $1 / (1 + i)^t$, qui est l'inverse de l'opérateur d'accumulation à intérêts composés est appelé **facteur d'actualisation** parce qu'il permet de calculer le montant V_0 qu'il faut placer à intérêts composés au moment initial (« actuel ») de la décision pour obtenir au temps t le montant V_t .

19. On suppose ici que la modélisation s'effectue en temps discret, ce qui implique une forme ou une autre de discontinuité dans la fixation du prix. On parlera plus loin de la modélisation en temps continu qui s'est développée soit pour des raisons méthodologiques, soit par souci de réalisme (cotation des titres en continu à tout le moins sur une portion importante de la durée d'une journée, avec des variations *intra-day* profitablement exploitables des prix.

20. Vu le caractère absolument irréaliste de cette représentation, il n'est pas utile d'explicitier ici l'ensemble des hypothèses simplificatrices qu'il y aurait lieu de formuler pour que cette dernière assertion soit rigoureusement vraie.

21. Dans la pratique financière, la période de capitalisation est soit annuelle (le plus souvent en Europe), soit semestrielle (par exemple aux États-Unis).

<L'expression [1.1] est compatible avec une situation rigoureusement stationnaire, c'est-à-dire une situation dans laquelle le taux d'intérêt est identique pour chacune des périodes sous revue, mais aussi avec une situation caractérisée par des taux qui peuvent être différents de période en période., Comme on le verra en plus grand détail à la section 7, le taux d'intérêt qui figure dans l'expression $(1 + i)^t$ ne peut être dans ce cas qu'une moyenne de la série des taux d'une période. Compte tenu de la capitalisation à intérêts composés, qui est une structure multiplicative, cette moyenne doit être la moyenne géométrique des taux d'une période et non leur moyenne arithmétique, être mathématique associé à une structure additive.

Avant de développer davantage la théorie de l'investissement et la mesure de la rentabilité de celui-ci, il convient de lever au préalable l'hypothèse par trop irréaliste de la certitude de l'avenir.

5. LA PRISE DE DÉCISION EN AVENIR INCERTAIN

À une époque où les débats sur la situation économique sont plus que jamais intenses et focalisés par la gestion des risques et les controverses sur la nécessité et l'intensité souhaitable d'une régulation publique des marchés et, en particulier, des marchés financiers, ainsi que sur les modalités concrètes les plus efficaces de cette régulation, notre propos n'est pas de dresser un inventaire critique exhaustif de cette problématique multiforme. Comme nous l'avons déjà fait dans les quelques pages qui précèdent, nous nous bornerons à présenter les options théoriques et méthodologique du courant fortement dominant, aussi bien dans la littérature académique que dans la pratique professionnelle, et qui est caractérisé par son ancrage conceptuel dans la théorie économique néo-classique, en pointant au passage les objections majeures qui, sur ce sujet, ont été adressées à celle-ci.

La seule question qu'il y a lieu de se poser à ce stade de l'exposé est celle de savoir comment se doter d'une représentation adéquate d'une situation de prise de décision face à un avenir incertain. Sur la base des deux premiers axiomes présentés ci-dessus, la réponse se trouve dans **Théorie Statistique de la Décision** (ci-dessous **TSD**),²² ce qui fut d'ailleurs le choix méthodologique de Markowitz. À partir d'un choix épistémologique qui est — implicitement, il est vrai²³ — celui de l'hypothèse d'information parfaite, on considère que le décideur est à même, dans une situation aléatoire²⁴, d'identifier de manière exhaustive tous les cours d'action qu'il lui est possible d'adopter et tous les événements dont vont dépendre les conséquences de sa décision, ainsi que d'assigner, en fonction de ses préférences et conditionnellement à la survenance de chacun des événements, une valeur à toutes les conséquences de

22. Voir von Neuman et Morgenstern [1947] ; Kendall et Stuart [1968].

23. L'introduction de son ouvrage fondateur de 1959 est muette à ce sujet, probablement parce que, pour lui, cela allait de soi, et par conséquent sans dire. Les économistes du courant néo-classique considèrent généralement les options épistémologiques comme de simples choix méthodologiques.

24. Dans le vocabulaire de la TSD, tout événement futur indépendant de la volonté du décideur qui est de nature à avoir des répercussions sur les conséquences de la décision à prendre est appelé un aléa.

chacune de ces actions. On peut ainsi construire une matrice rectangulaire, appelée **matrice des conséquences** (*payoff matrix*), dont une dimension est constituée par l'espace des **actions** (un vecteur-colonne de **m** éléments) et l'autre dimension par l'espace des **événements** (un vecteur-ligne de **n** éléments). La matrice comprend donc (**m x n**) éléments. Enfin, on peut associer à l'espace des événements une **distribution de probabilités**, qui est définie formellement comme un vecteur de n éléments compris entre zéro et un, ces deux bornes incluses, et dont la somme est strictement égale à un. On se bornera à dire ici, en première approximation, que toute probabilité peut être caractérisée comme le « coefficient de vraisemblance » de l'événement correspondant. Le fait que la somme de toutes les probabilités soit égale à l'unité, qui est aussi la mesure de la probabilité d'un événement certain²⁵, manifeste que l'espace des événements est défini de manière « collectivement exhaustive » : il est certain que c'est l'un de ces n événements qui se produira, à l'exclusion de tous les autres.

Tableau 1.1 – Matrice des conséquences

		ÉVÉNEMENTS E_j ($i = 1, n$)			
		E_1	E_2	...	E_n
		PROBABILITÉS p_j			
		p_1	p_2	...	p_n
ACTIONS ($j = 1, m$)		CONSÉQUENCES $C_{i,j}$			
A_1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$...	$C_{1,n}$	
A_2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$...	$C_{2,n}$	
	$C_{m,1}$	$C_{m,2}$...	$C_{m,n}$	

La généralisation **multi-périodique** de la *payoff matrix* est appelée **arbre de décision**²⁶.

Dans la mesure où on considère que les axiomes présentés ci-dessus constituent une représentation cohérente et surtout réaliste du contexte interne et externe dans lequel les acteurs économiques prennent leurs décisions, le tableau 1.1 présente

25. La probabilité de tous les autres événements possibles est égale à zéro.

26. Pour une illustration de cette méthode appliquée au calcul d'investissement, voir, par exemple, Jokung-Nguéna [1998], chapitres 1 et 6.

en synthèse tous les ingrédients nécessaires pour déterminer la solution optimale de tout problème de décision économique. Plusieurs points importants restent néanmoins à expliciter. Ils seront traités dans les chapitres 2 à 6 qui décrivent en grand détail les étapes de la construction du *Capital Asset Pricing Model* (CAPM ou MEDAF)) qui est le résultat théorique majeur de la TFM.

Le *chapitre 2* traitera de la notion de **risque**. Celui-ci est défini comme le paramètre de dispersion (**variance**) d'une distribution de probabilités autour de sa caractéristique de tendance centrale (**espérance mathématique**). Emboîtant en cela le pas à Markowitz, les auteurs qui ont contribué à l'élaboration de la TFM ont considéré que la rentabilité d'un placement est une variable aléatoire distribuée selon une **loi normale** (loi de Gauss-Laplace), distribution qui est entièrement définie par les deux paramètres mentionnés ci-dessus. Il y aura lieu de procéder à une évaluation critique de ce choix.

Le *chapitre 3* examinera la manière de modéliser **l'attitude de l'investisseur face au risque**. L'**aversion** de ce dernier à l'égard du risque a pour effet que celui-ci ne considère pas l'**utilité d'un gain** ou la « **désutilité** » d'une perte comme strictement proportionnelles à leur montant monétaire. Les conséquences d'une décision doivent donc être mesurées différemment. À cet égard, la TFM a une fois encore emboîté le pas à Markowitz qui, parmi les critères de décision possibles, a opté pour la **maximisation de l'utilité espérée** et non, par exemple, pour la maximisation de l'espérance mathématique du gain monétaire.

Chaque investisseur est susceptible d'éprouver un degré propre d'aversion à l'égard du risque. Il peut donc y avoir autant de portefeuilles optimaux que d'investisseurs. S'appuyant sur l'observation du fait que les rendements de la très grande majorité des actifs financiers cotés sur un même marché présentent une **covariance (corrélation) positive**, Markowitz a élaboré un algorithme qui permet d'établir ce qu'il a appelé la **frontière efficiente**, lieu géométrique curviligne qui comprend le sous-ensemble des combinaisons d'actifs (portefeuilles) dominantes sur lequel les investisseurs pourront se positionner en fonction de leur degré d'aversion à l'égard du risque, réalisant ainsi dans un espace à multiples dimensions ce que Markowitz a appelé une « diversification efficiente³ (*chapitre 4*) ».

Dans son article de 1973, Sharpe, qui visait au départ à alléger la charge informatique liée au modèle "*full covariance*" de Markowitz a mis au point un raccourci qui s'est avéré une piste théorique de première importance. Son « **modèle de marché** », régression linéaire simple du rendement des actifs individuels sur celui du marché, a mis en lumière le fameux « **coefficient bêta** » (*chapitre 5*). En effet, ce coefficient, au départ grandeur strictement empirique, se révèle, à l'**équilibre du marché financier**, le facteur qui détermine la **prime de risque** de chaque actif, c'est-à-dire l'excédent de rendement par rapport à l'actif financier sans risque, qui rémunère la part de son risque global qui constitue un **risque non diversifiable**, c'est-à-dire un risque qui ne peut pas être éliminé, même par une « diversification efficiente ». Le *chapitre 6* présentera le « bouclage conceptuel qui permet de passer d'un modèle strictement empirique à un **Modèle** théorique — linéaire et unifactoriel — d'**Évaluation** (c'est-à-dire de détermination de la valeur) **des Actifs Financiers** (MEDAF ou CAPM).

6. LA THÉORIE DE L'INVESTISSEMENT DE LA FINANCE MODERNE EN AVENIR INCERTAIN

Lorsque l'avenir est incertain, le caractère risqué de la décision d'investissement à prendre rend indispensable une différenciation des modes de financement. Les associés apportent ce qu'on appelle du « **capital à risque** » (sous-entendu : à risque plein) en apportant les **fonds propres** de l'entreprise qui sont « en première ligne » pour absorber les pertes, de sorte que les associés peuvent perdre jusqu'à la totalité de leur mise de fonds.²⁷ Dans le second mode général de financement, l'**endettement**, les porteurs de titres de créance peuvent exiger le remboursement du capital prêté et le paiement des intérêts. En cas de défaut de l'entreprise débitrice, ils peuvent provoquer sa mise en faillite de manière à récupérer sur le boni de liquidation (toujours éventuel) tout ou partie de leur dû. Il ne s'agit donc pas de capital sans risque, mais de capital à moindre risque.

Même dans le cas le plus simple où l'entreprise n'aurait émis pour se financer que des actions ordinaires et une seule classe de titres de dette ordinaire, son coût de financement doit être défini comme le **coût moyen pondéré du capital** investi — le fameux **WACC** — *Weighted Average Cost of Capital* des manuels de finance d'entreprise : les coûts, exprimés en termes relatifs sous la forme d'un taux d'intérêt, de chaque source de financement sont pondérés par la part de celle-ci dans le financement global de l'entreprise. Le coût du capital est le taux moyen annuel de rentabilité espérée que doit rapporter un projet d'investissement pour apporter à l'entreprise qui le met en œuvre un accroissement net de richesse qui est appelé **Valeur Actuelle Nette (VAN)** ou *Net Present Value (NPV)* du projet.

Soient, sur un horizon de T périodes ($t = 0, T$)²⁸ :

I_t : flux d'investissement au temps t (en immobilisations et fonds de roulement)

E_t : flux net d'exploitation au temps ($t = 1, T$)

R_t : valeur résiduelle (ou de revente) au temps t ($t = t + 1, T$)

k : coût moyen pondéré du capital (WACC)

La Valeur Actuelle Nette du projet est calculée de la manière suivante :

$$VAN_0 = \sum_{t=0}^T \frac{I_t}{(1+k)^t} + \sum_{t=1}^T \frac{E_t}{(1+k)^t} + \sum_{t=1}^T \frac{R_t}{(1+k)^t} \quad [1-3]$$

27. Cette limite ne vaut que pour les « sociétés de capitaux », dites « à responsabilité limitée », tandis que les associés d'une « société de personnes » sont solidairement responsables sur l'intégralité de leur patrimoine des engagements pris par la société qu'ils ont formée.

28. Dans un modèle en temps discret, les flux financiers se produisent exclusivement en début et en fin de période. Ainsi, ($t = 0$) indique Le moment initial de la 1^{ère} période et ($t = 1$) le moment final de celle-ci, ainsi que le moment initial de la période suivante, et ainsi de suite.

Le critère de la décision est de n'accepter le projet que si sa VAN est non négative. En effet, une VAN = 0 signifie que le projet satisfait exactement les exigences de rentabilité des financeurs.

Un autre critère de la décision omniprésent dans la littérature est celui du **Taux de Rentabilité Interne (TRI) ou Internal Rate of Return (IRR)**. Il s'agit ici de déterminer le taux d'actualisation ρ ²⁹ tel que la VAN soit exactement nulle.³⁰ Il s'agit donc de résoudre, par voie analytique ou approximation numérique, l'équation polynomiale [1-4] :

$$-\sum_{t=0}^T \frac{I_t}{(1+\rho)^t} + \sum_{t=1}^T \frac{E_t}{(1+\rho)^t} + \sum_{t=1}^T \frac{R_t}{1+\rho^t} = 0 \quad [1-4]$$

Le critère de la décision est que le TRI soit au moins égal au coût moyen pondéré du capital.

Si la décision à prendre consiste en l'alternative simple d'accepter ou de rejeter un projet considéré, les deux critères donneront toujours des indications identiques. S'il s'agit par contre, en raison par exemple de l'existence d'une contrainte budgétaire, d'établir un ordre de préférence entre une série de projets de manière à déterminer le sous-ensemble de ceux-ci qui, à la fois, satisfait la contrainte et maximise l'espérance de la richesse créée, ou encore s'il faut choisir entre deux projets matériellement incompatibles, on constate que les deux critères peuvent diverger, à tout le moins pour certaines valeurs du taux d'actualisation. L'explication de cette possible divergence (en l'occurrence, le réinvestissement des revenus intermédiaires au taux de *return* obtenu pour la période suivante) sera donnée à la section suivante, où l'on procèdera à l'examen de certaines situations typiques en matière de gestion d'actifs financiers. Comme annoncé, l'exposé sera centré sur les cas typique des placements en actions.³¹

7. LA RENTABILITÉ DES INVESTISSEMENTS EN ACTIONS

Cette section a pour objet d'introduire les éléments techniques du calcul de rentabilité des placements en capital à risque qui seront supposés connus dans tous les développements ultérieurs du présent ouvrage.

7.1 La mesure de la rentabilité en temps discret

La rentabilité d'un placement doit être définie en fonction de l'objectif poursuivi par l'investisseur, qui est d'accroître sa richesse. La mesure de base, **en temps discret**, c'est-à-dire discontinu, de la rentabilité d'un placement est le taux de

29. La lettre grecque rho minuscule.

30. Ce calcul peut s'effectuer *ex ante*, c'est-à-dire sur des flux monétaires anticipés ou *ex post*, c'est-à-dire sur des valeurs réalisées.

31. Pour de plus amples développements, voir par exemple : Chrissos et Gillet [2003].

l'accroissement de la mise de l'investisseur entre le moment initial et le moment final de chaque période élémentaire de temps. Dans le cas simple où aucun flux financier intermédiaire ne se produit entre ces deux moments, le taux de **return on investment (ROI)**, ou plus simplement le taux de *return*,³² ou plus simplement encore le *return*³³ d'une action au cours d'une période t se calcule comme suit :

$$R_t = \frac{C_t}{C_{t-1}} - 1 \quad [1-5]$$

C_{t-1} et C_t représentent les cours de l'action respectivement au temps $(t-1)$, qui est à la fois le point terminal de la période $(t-1)$ et le point initial de la période t , et le temps t , qui est le point final de cette même période.

La finance dite « **en temps continu** » utilise quant à elle des modèles dans lesquels les intervalles de temps considérés sont infinitésimaux (leur durée tend vers zéro). Cette approche des phénomènes financiers est, par certains côtés, plus réaliste que l'approche en temps discontinu, puisqu'elle implique qu'une modification du prix d'un actif financier peut se produire à tout moment. Elle est par d'autres côtés moins réaliste, car dans la pratique des opérations financières, les temps liés à certaines opérations — comme, par exemple, la période de capitalisation des intérêts — sont des médiums discrets. En outre, elle suppose dans certains cas la maîtrise d'outils mathématiques complexes qu'il n'est pas possible de présenter ici. On se limitera donc à des formulations en temps discontinu. Pour des exposés détaillés sur la finance en temps continu, on consultera des ouvrages comme Ingersoll [1987], Dana et Jeanblanc-Piqué [1998], Merton [1992], Duffie [2001] et Cochrane [2001].

7.2 Le traitement des flux monétaires intermédiaires

Dans la pratique, on choisit une périodicité, par exemple le mois, qui constitue pour un type donné de calcul la périodicité de référence. Les flux monétaires sont alors, par convention, censés se produire tous au moment final de la période. Mais il se peut très bien, par exemple, qu'un dividende soit mis en paiement dans le courant d'un mois donné. En première approximation, on pourrait utiliser la formule.

$$R_t = \frac{C_t + D_t}{C_{t-1}} - 1 \quad [1-5]$$

où D_t représente le dividende payé au cours de la période

32. L'usage du terme anglais *return* est dû au fait que, dans la terminologie française, le terme « rendement » est ambigu. En effet, il est encore souvent utilisé pour désigner le rapport de deux grandeurs qui présentent l'inconvénient d'être le plus souvent non synchroniques, celui du dernier dividende par action mis en paiement au dernier cours coté, ratio que les anglo-saxons appellent de manière plus exacte *dividend yield*.

33. Cette convention de vocabulaire sera adoptée tout au long de cet ouvrage.

Il convient toutefois de faire observer que cette manière de procéder ne sera rigoureuse que dans le cas où le dividende est mis en paiement au temps t . Si tel n'est pas le cas, on imagine bien qu'un investisseur soucieux de ses intérêts, en particulier s'il s'agit de sommes importantes, ne va pas laisser improductive pendant un certain nombre de jours, et *a fortiori* de semaines, ou même de mois s'il s'agit de calculer un *return* annuel, la somme qui est entrée en sa possession. Si on veut que la mesure de rentabilité reflète le comportement d'un investisseur normalement diligent, on va donc tenir compte d'un réinvestissement des flux intermédiaires de revenu. L'hypothèse généralement retenue est que ce réinvestissement se fait sans frais ni taxes³⁴ dans le titre même qui a engendré ce revenu. On peut démontrer que la formule à utiliser est alors

$$R_t = \left(\frac{C_{xd} + C_t}{C_{t-1}} \times \frac{C_t}{C_{t-1}} \right) - 1 \quad [1-6]$$

Où C_{xd} est le premier cours coté ex-dividende.

R_t est le résultat que l'on obtient en supposant que le montant du dividende est utilisé à acheter (sans frais) une fraction d'action au cours ex-coupon et en calculant le *return* sur base de l'avoir global ainsi obtenu.

L'**exemple** ci-dessous met en jeu tous les concepts évoqués jusqu'à présent.

L'action BDW cotait 46,28 € le 28 février 2014 et 45,12 € le 31 mars 2014. Le calcul du taux de *return* du mois de mars ne pose aucun problème puisqu'aucun dividende n'a été mis en paiement au cours de ce mois. On a donc :

$$R_t = \frac{45,12}{46,28} - 1 = -0,025065 \text{ soit } -2,50 \%$$

Le 1^{er} avril, un dividende de 1,70 € a été payé, et l'action a été cotée le même jour un cours ex-dividende de 44,98 €. Le 30 avril, le cours était de 42,70 €. L'application de la formule [1-5] ci-avant donne, pour le mois d'avril, le taux de *return* suivant :

$$R_t = \frac{42,70 + 1,70}{45,12} - 1 = -0,015957 \text{ soit } -1,60 \%$$

Ce résultat serait correct si le dividende avait été payé le 30 avril et si 45,12 € était le premier cours ex-dividende, ce qui n'est pas le cas.

L'application de la formule [1-6] donne ce qui suit :

$$R_t = \frac{44,98 + 1,70}{45,12} \times \frac{42,70}{44,98} - 1 = -0,017867 \text{ soit } -1,79 \%$$

On se convaincra de la justesse de ce mode de calcul en faisant l'hypothèse d'un investisseur détenant 1 action BDW et qui affecterait le montant de son dividende à l'achat (sans frais) d'une fraction de cette même action au cours ex-dividende. Il obtiendrait ainsi : $1,70 : 44,98 = 0,03791$ action. L'évolution de son avoir permet alors de calculer son *return* :

34. Pour éviter un surcroît important de complexité dans les calculs, la grande majorité des études empiriques en finance sont effectuées sur des *returns* avant frais de transaction et taxes.

	28.2.2009	31.3.2009
Nombre d'actions	1	1,0378
Cours	45,12	42,70
Avoir	45,12	44,31406

$$R_t = \frac{44,31406}{45,12} - 1 = -0,0017862 \text{ soit } -1,79 \%$$

Comme le montre l'exemple ci-dessus, les formules [1-5] et [1-6] donnent des résultats différents, et la différence, sans être énorme, est néanmoins sensible (19 points de base³⁵), et de nature, en tout cas, à introduire un « bruit » statistique malvenu dans les analyses quantitatives. Compte tenu des facilités de calcul que ménage l'informatique, il faut donc prescrire l'utilisation de [1-6], seule formule conceptuellement correcte.

On subdivise donc la période t en deux sous-périodes. La première de celles-ci part de la fin de $(t-1)$ et court jusqu'au jour du détachement du coupon³⁶. On calcule $(1 + R_1)$ pour cette sous-période selon la formule [1-6], qui est correcte dans ce cas puisque le dividende est payé le dernier jour de la sous-période. Quant à la seconde période, elle court du jour du détachement du coupon jusqu'au dernier jour de la période t , et son *return*, en l'absence de dividende, se calcule valablement comme en [1-5]. On multiplie ensuite $(1 + R_1)$ par $(1 + R_2)$ et on soustrait 1 pour obtenir enfin le *return* de la période t . L'hypothèse sous-jacente à ce calcul est que la variation (accroissement ou décroissance) de la valeur du titre au cours de chaque sous-période est strictement proportionnelle au temps, c'est-à-dire à la fraction de la durée totale de la période élémentaire que représente la durée de chacune des sous-périodes. Avec les mêmes données (valeur initiale, montant du revenu intermédiaire, valeur ex-coupon et valeur finale), on obtiendra donc la même mesure de *return*, quelle que soit la durée de la période élémentaire.

Cette méthode qui, pour des raisons qui apparaîtront plus clairement encore au paragraphe 7.4, est devenue la méthode «standard» prescrite par l'AIMR (*Association for Investment Management Research*) est appelée **Méthode du taux de rentabilité pondéré par le temps** (*Time Weighted Return*), dont la formule générale est

$$R_{TWR} = \left[\prod_{i=1}^n (1 + R_{t_i}) \right]^{1/T} - 1 \quad [1-7]$$

35. Le point de base équivaut à 1/100^{ème} de pourcent.

36. On a gardé ici le vocabulaire de l'époque, encore toute proche, où les titres n'étaient pas dématérialisés. S'ils le sont, les actions ne peuvent pas ne pas être nominatives ; la qualité d'actionnaire se prouve alors par un enregistrement informatique et le paiement du dividende peut se faire par virement ou envoi d'un chèque.

7.3 Ajustements pour les opérations de capital

Après avoir ainsi résolu le problème que pose le paiement d'un dividende dans le calcul du taux de *return* d'une action, il faut examiner maintenant ceux que posent les opérations en capital.

7.3.1 Ajustement des taux de *return*

Quatre types d'opération nécessitent un ajustement du calcul du taux de rentabilité : les fractionnements et les regroupements d'actions, les attributions gratuites et les émissions nouvelles.

Qu'il s'agisse d'un **échange**, d'un **regroupement** ou d'un **fractionnement** d'actions, les titres anciens seront échangés contre des nouveaux. L'ajustement du calcul du *return* relatif à la période t au cours de laquelle intervient l'une de ces opérations ne présente guère de difficulté, pour autant que l'on prenne correctement en compte le fait qu'un dividende a été mis en paiement au cours de la période où l'opération a eu lieu.

Soient :

C_{t-1} : le cours de l'action ancienne à la fin de la période $t - 1$;

C_t : le cours de l'action nouvelle à la fin de la période t ;

X : le nombre de titres qu'il faut avoir avant l'opération de capital considérée pour en détenir Y après qu'elle soit intervenue ($Y - X$ étant le nombre d'actions nouvelles) ;

D_t : le dividende payé au cours de la période t .

En l'absence de paiement de dividende, par analogie avec [1-5], le taux de *return* s'obtient comme suit :

$$R_t = \frac{YC_t}{XC_{t-1}} - 1 \quad [1-8]$$

On notera qu'en fait on calcule le *return* de l'actionnaire possédant un portefeuille de X actions en $t - 1$ et de Y actions en t .

Mais si un dividende a été payé au cours de la période t , on devra, par analogie avec [1-6], calculer le taux de *return* selon l'une des deux formules ci-dessous :

$$R_t = \left(\frac{C_{xd} + D_t}{C_{t-1}} \times \frac{YC_t}{XC_{xd}} \right) - 1 \quad [1-9]$$

si le dividende a été payé avant l'opération et

$$R_t = \left[\frac{Y(C_{xd} + D_t)}{XC_{t-1}} \times \frac{C_t}{C_{xd}} \right] - 1 \quad [1-10]$$

si le dividende a été payé après l'opération.

On obtiendrait les mêmes résultats en se basant sur l'évolution de l'avoir d'un actionnaire détenant X actions à la fin de la période $t - 1$ et affectant le montant de son dividende à l'achat d'une fraction d'action au cours ex-dividende.

Lors d'opérations de fractionnement, les analystes financiers, soucieux d'obtenir des séries de chiffres par action homogènes et comparables, calculent un coefficient d'ajustement, à savoir un

$$\text{Coefficient} = \frac{X}{Y} \quad [1-11]$$

par lequel ils multiplient les chiffres par action antérieurs à l'opération. Cet ajustement est évidemment correct, mais il faut noter que les cours ainsi ajustés ne permettront une fois encore de calculer correctement le *return* de l'action qu'en l'absence de paiement de dividende. S'il y a paiement d'un dividende à l'intérieur de la période où a lieu l'opération, il faut passer par [1-9] ou [1-10].

Dans le cas d'une **attribution gratuite**, les nouveaux titres acquis par l'actionnaire sont semblables à ceux qu'il détenait avant l'opération et ont généralement les mêmes droits quant à la perception du prochain dividende (même jouissance).

Les formules de calcul du taux de *return* en cas d'attribution gratuite sont identiquement les mêmes que celles à utiliser dans le cas d'un fractionnement : [1-8], [1-9] et [1-10].

Encore une fois, en se basant sur l'évolution de l'avoir des actionnaires, on obtiendra les mêmes taux de *return* que ceux que donnent ces mêmes formules.

En cas d'attribution gratuite, les analystes financiers calculent un coefficient d'ajustement comme en [1-11]. La remarque faite supra à propos des fractionnements est valide ici aussi : le *return* obtenu sur base des cours ajustés ne sera correct qu'en l'absence de paiement de dividende.

Les **augmentations de capital**, quant à elles, posent plus de problèmes. En effet, plusieurs cas peuvent se présenter selon qu'un dividende a été ou non mis en paiement pendant la période t , et selon que les actions nouvelles ont ou non les mêmes droits que les anciennes quant à la perception du prochain dividende (même « jouissance » ou non).

A. MÊME JOUISSANCE, PAS DE DIVIDENDE

C_{t-1} est le cours droit attaché, C_t le cours est ex-droit. Il y a donc rupture de continuité, et, pour la rétablir, il faut supposer que le produit de la vente du droit est affecté à l'achat d'une fraction d'action au cours ex-droit (le tout sans frais, comme précédemment).

Par exemple, un investisseur détient 5 actions, et C_{t-1} est de 100. Son avoir en C_{t-1} est donc de 500. Une augmentation de capital a lieu : 1 nouvelle action pour 5 anciennes au prix d'émission de 80. Le premier cours ex-droit est de 96 et, le même jour, le droit cote 3,20. L'investisseur vend ses 5 droits et achète avec le produit de cette vente $[(3,20 \times 5) / 96]^a$ 0,1667 action nouvelle. En fin de période, C_t est de 99.

L'avoir de l'investisseur est donc de $(5,1667 \times 99) = 511,50$, ce qui, rapporté à son avoir à la fin de la période précédente, donne un return de 2,30 %. On voit que R_t dépend non seulement de C_{t-1} et de C_p , mais encore du rapport entre le cours du droit et le cours ex-droit.

On obtient le même résultat avec la formule suivante :

$$R_t = \left[\frac{YC_{xdr} - (Y - X)PE}{XC_{t-1}} \times \frac{C_t}{C_{xdr}} \right] - 1 \quad [1-12]$$

C_{xdr} est le cours ex-droit et PE le prix d'émission de la ou des actions nouvelles.

B. MÊME JOUISSANCE, MISE EN PAIEMENT D'UN DIVIDENDE

En combinant les équations [1-9], [1-10] et [1-12] on obtient :

$$R_t = \left[\frac{C_{xd} + D_t}{C_{t-1}} \times \frac{YC_{xdr} - (Y - X)PE}{C_{xd}} \times \frac{C_t}{C_{xdr}} \right] - 1 \quad [1-13]$$

si le dividende précède l'augmentation de capital, et

$$R_t = \left[\frac{YC_{xdr} - (Y - X)PE}{XC_{t-1}} \times \frac{C_{xd} + D_t}{C_{xdr}} \times \frac{C_t}{C_{xd}} \right] - 1 \quad [1-14]$$

dans le cas contraire.

C. JOUISSANCE DIFFÉRENTE

Si les nouvelles actions ne donnent droit qu'à une fraction du prochain dividende, leur valeur sera inférieure à celle des actions anciennes et elles feront l'objet d'une cotation séparée jusqu'au paiement du prochain dividende, mais cette cotation n'interviendra, dans la pratique, que plusieurs mois après leur émission. De la sorte, l'application des formules [1-12] à [1-14] pose de sérieux problèmes chaque fois que se rencontre l'expression $Y(C_{xdr})$, qui est présente dans les trois formules. Le nombre total de titres après l'émission — c'est-à-dire Y — comprend en effet X titres à jouissance entière, et $(Y - X)$ titres à jouissance partielle, qui ont nécessairement une valeur inférieure à C_{xdr} . On pourrait penser à remplacer $Y(C_{xdr})$ par $X(C_{xdr}) + (Y - X)C_n$ — où C_n est la valeur de l'action nouvelle à jouissance partielle — mais il faudra alors estimer cette valeur, puisque l'action n'est pas cotée. Il y aura alors autant de *returns* qu'il y a d'estimations de C_n , ce qui est très peu souhaitable.

Heureusement, il existe un moyen de surmonter cette difficulté : c'est de baser le calcul du *return*, comme cela a été fait plusieurs fois jusqu'à présent, sur l'évolution de l'avoir de l'investisseur qui vendrait son ou ses droits pour acheter des actions anciennes au premier cours ex-droit.

Supposons un investisseur détenant 5 actions. C_{t-1} est de 100 et son avoir est donc de 500. Survient une augmentation de capital, 1 nouvelle pour 5 anciennes

au prix d'émission de 80. Le premier cours ex-droit de l'action ancienne est de 97, et le premier cours du droit de 3,00. En vendant (toujours sans frais) ses cinq droits, l'investisseur peut acheter (sans frais) 0,1546 action ancienne au cours ex-droit. En effet $[(5 \times 3,00)/97 \approx 0,1546]$. Au temps t , l'action à jouissance entière, la seule cotée, vaut 99, et l'avoir de l'investisseur est de $(5,1546 \times 99) = 510,30928$ ce qui, rapporté à 500 en $(t - 1)$, donne un return de 2,06 %.

On notera que le cours du droit tient implicitement compte de la valeur de l'action nouvelle. Cela justifie la méthode proposée.

Si un dividende est payé pendant la période t , il faudra supposer à la fois le réinvestissement du dividende au cours ex-coupon et la vente et le réinvestissement du droit au cours ex-droit.

Le plus simple sans doute, (si l'on peut se permettre cette réflexion), serait que les entreprises s'abstiennent de réaliser des opérations de ce type, et particulièrement celles où une jouissance partielle s'ajoute au paiement d'un dividende.

7.3.2 Ajustement des données par action antérieures

En cas d'augmentation du capital, les analystes financiers procèdent aussi à un ajustement des chiffres par action antérieurs à l'opération, de manière à leur conférer une comparabilité immédiate avec les données les plus récentes.

La formule qu'ils utilisent est la suivante, du moins en l'absence de jouissance partielle des actions nouvelles :

$$\text{Coefficient d'ajustement} = \frac{XC_{cdr} + (Y - X)PE}{YC_{cdr}} \quad [1-15]$$

C_{cdr} est le dernier cours droit attaché.

Dans la formule [1-12] qui nous a permis de calculer le *return* d'une action en cas d'augmentation de capital (même jouissance, pas de dividende), C_{cdr} n'apparaît pas : il n'est pas nécessaire dans les calculs. On en déduira qu'en ce qui concerne la détermination du *return*, la formule d'ajustement des analystes n'aboutira à un résultat exact que si C_{cdr} prend une unique valeur précise. Dans les faits, C_{cdr} peut évidemment prendre diverses valeurs, selon le cours qui est coté la veille de l'opération.

Au cas où plusieurs opérations en capital ont eu lieu dans une période de référence, les différents coefficients d'ajustement sont appliqués cumulativement, en remontant dans le temps.

7.4 Taux de *return* multi-périodiques

Lorsqu'on souhaite mesurer le *return* d'un actif ou d'un portefeuille sur plusieurs périodes successives, quelle qu'en soit la longueur, les problèmes à résoudre sont, d'une part, la question déjà traitée plus haut du réinvestissement des revenus liquides, qui se pose même si ceux-ci sont systématiquement perçus en fin de période

et, d'autre part, la manière de traiter les apports et retraits de fonds. Cette dernière question est particulièrement importante pour la « **mesure de la performance** » **du gestionnaire**³⁷ d'un portefeuille.³⁸ En effet, comme on le verra plus bas, les apports et retraits de capital effectués par le(s) propriétaire(s) ont pour conséquence que les résultats du portefeuille ne sont pas uniquement déterminés par les décisions du gestionnaire. Il convient par conséquent d'adopter une méthodologie qui permet de dissocier ces deux composantes de la performance globale.

Le problème de la mesure de performance sur plusieurs périodes consiste à déterminer de manière adéquate un chiffre unique, qui est le **taux de return moyen par période**. Cette problématique sera illustrée par deux exemples chiffrés.

Considérons tout d'abord l'exemple présenté au tableau ci-dessous

	01/01/ t_0	31/12/ t_0 01/01/ t_1	31/12/ t_1
Valeur de marché du portefeuille	20.000	25.000	26.250
Revenu liquide (perçu en fin de période)		1.000	1.000

Les deux *returns* d'une période peuvent être calculés aisément³⁹ :

$$R_1 = \frac{(25000 - 20000) + 1000}{20000} = 0,30$$

$$R_2 = \frac{(26250 - 25000) + 1000}{25000} = 0,09$$

Pour déterminer le taux de *return* moyen sur les deux périodes, il ne peut être question d'utiliser une moyenne arithmétique. Un deuxième exemple très simple permettra de s'en convaincre intuitivement. Considérons un actif financier non productif d'intérêt dont la valeur, qui était de 100 au temps 0, est passée à 150 au temps 1 pour retomber à 75 au temps 2. La moyenne arithmétique des *returns* d'une période (soit zéro) ne rend absolument pas compte de la perte nette enregistrée par l'investisseur qui aurait acheté l'actif au temps 0 pour le revendre au temps 2.⁴⁰ Il s'agit donc de mesurer ici le *holding period return*.

37. Cette expression désigne la mesure de la part des variations de la valeur du portefeuille qui est attribuable aux décisions prises par le gestionnaire, et non pas l'évaluation de la performance, c'est-à-dire de la qualité de ces décisions de celui-ci, évaluation qui doit être effectuée par comparaison avec les résultats obtenus par l'ensemble des gestionnaires de portefeuilles similaires, sujet qui sera traité en grand détail aux chapitres 18 et 19.

38. Qu'il s'agisse d'un portefeuille individuel en « gestion discrétionnaire » ou d'un portefeuille collectif (fonds commun de placement, SICAV,...

39. En effet, la période de temps élémentaire (l'année) correspond ici à la période de « capitalisation »

40. Autre chose est, bien entendu, de calculer, dans un travail d'analyse statistique d'une série chronologique de *retuns*, la moyenne arithmétique de ceux-ci.

On aura par conséquent recours à la **moyenne géométrique** :

$$MG = \sqrt[T]{(1 + R_1)(1 + R_2)\dots(1 + R_T)} - 1 = \left[\prod_{t=1}^T (1 + R_t) \right]^{1/T} - 1 \quad [1.16]$$

qui est l'être mathématique adéquat pour un phénomène à structure multiplicative (l'accumulation à intérêts composés), tandis que la moyenne arithmétique est indiquée pour un phénomène à structure additive (au sens algébrique du terme).

L'hypothèse implicite au calcul d'une moyenne géométrique est, dans le cas d'espèce, celle du réinvestissement des revenus intermédiaires dans le portefeuille lui-même, et donc à un taux qui est le taux de *return* que celui-ci réalisera au cours des périodes restant à courir jusqu'à l'échéance finale.

Pour illustrer ces affirmations, poursuivons le premier exemple en calculant d'abord le *return* moyen géométrique sur les deux périodes considérées :

$$\begin{aligned} \bar{R} &= [(1,30)(1,09)]^{1/2} - 1 \\ &= 0,1904 \text{ ou } 19,04 \%. \end{aligned}$$

Ce calcul est bien fondé sur l'hypothèse que le revenu liquide perçu au temps 1 a été réinvesti dans le portefeuille en seconde période et a donc rapporté 9 %. En effet, le taux de *return* pour deux périodes est :

$$\frac{[26.250 + 1.000 + 1.000 (1,09)] - 20.000}{20.000} = 0,417$$

et

$$\bar{R} = (1 + 0,417)^{1/2} - 1 = 0,1904 \text{ ou } 19,04 \%$$

Si le propriétaire du portefeuille avait retiré ce revenu liquide pour le placer sur un compte à terme d'un an rapportant 4,5 %, un calcul similaire établit que le *return* sur deux périodes aurait été de 41,475 % et le *return* moyen annuel de 18,94 %.

Cette constatation manifeste clairement que, lorsque le propriétaire du portefeuille et le gestionnaire sont tous deux habilités à prendre des décisions, il est impératif de dissocier la mesure de performance du gestionnaire de celle du portefeuille.

Un dernier exemple nous permettra d'illustrer de manière encore plus frappante cette affirmation tout en montrant aussi qu'il faut se garder de considérer comme équivalents le **taux de *return* moyen géométrique** et le **taux interne de rentabilité**⁴¹ d'un placement. Considérons pour ce faire le tableau suivant :

41. Voir section précédente.

Date	Valeur avant flux de liquidités	Flux de liquidités	Valeur après flux de liquidités
01/01/2010	1.000		1.000
01/01/2011	1.100	+ 500	1.600
01/01/2012	1.440	— 500	940
01/01/2013	1.000		1.000

Ce tableau illustre un scénario typique, bien connu des gestionnaires de fortune. Au vu de la « bonne » performance du gestionnaire en 1^{ère} période (même s'il a fait moins bien que la moyenne de ses collègues !), le client lui apporte 500 de ressources supplémentaires. Au vu de la « mauvaise » performance du gestionnaire au cours de la période suivante (même si, dans un marché fortement déprimé, il a fait significativement moins mal que la plupart de ses collègues !), le client lui retire ces moyens supplémentaires (en général, en le menaçant de tout retirer si ...).

Le taux interne de rentabilité, calculé dans l'optique du propriétaire, est obtenu en résolvant l'équation

$$\frac{1.000}{(1 + \rho)^3} - \frac{500}{(1 + \rho)^2} + \frac{500}{(1 + \rho)} = 1.000$$

La seule solution réelle de cette équation ne peut être que : $\rho = 0$.

Cet exemple rend clair que cette mesure de la rentabilité n'est pas le moins du monde une mesure « interne » de la performance de gestion, mais est affectée par les décisions du propriétaire du portefeuille. Pour le montrer, construisons un portefeuille géré de manière identique, mais n'ayant connu aucun flux intermédiaire de capital :

- la valeur au 1^{er} janvier 2012 serait : $990 = 1.100 (1.440 / 1.600)$
- la valeur au 1^{er} janvier 2013 serait : $1.053,19 = 990 (1.000 / 940)$

Le taux interne de rentabilité serait donné par l'équation

$$\frac{1.053,19}{(1 + \rho)^3} = 1.000 \Leftrightarrow \rho = 0,01742$$

Si, par contre, on calcule le taux moyen géométrique à partir des valeurs **après** flux de liquidités :

- pour la 1^{ère} période : $(1.100 / 1.000) - 1 = 0,1000$
- pour la 2^{ème} période : $(1.440 / 1.600) - 1 = - 0,1000$
- pour la 3^{ème} période : $(1.000 / 940) - 1 = 0,0638$

on obtient un taux identique :

$$\bar{R} = [(1,1000)(0,9000)(1,0638)]^{1/3} - 1 = 0,01742$$

On a donc montré que le taux moyen géométrique qui, à la différence du taux de rendement interne, est insensible aux flux intermédiaires de capitaux, est en temps discret la mesure multi-périodique la plus fiable — et la plus simple puisqu'elle ne requiert pas la neutralisation préalable des flux intermédiaires — de la performance de gestion d'investissement dans un titre ou dans un portefeuille. Il va de soi que si les flux intermédiaires ne se produisaient pas en fin de période, il faudrait recourir à des exposants fractionnaires, ce qui ne pose d'ailleurs aucun problème particulier.

7.5 Taux de *return* nominaux et taux de *return* réels

Les taux de *return* réels peuvent être calculés aisément à partir des taux de *return* nominaux et des taux d'inflation.

Si on appelle respectivement RN_t et TI_t le taux de *return* nominal de l'action considérée et le taux d'inflation au cours de la période t , le *return* réel relatif à cette même période RR_t peut se calculer comme suit :

$$RR_t = \frac{(1 + RN_t)}{1 + TI_t} - 1 \quad [1-17]$$

Le *return* réel mesure le *return* perçu par l'investisseur au-delà du taux d'inflation, c'est-à-dire : sous déduction du *return* nécessaire à assurer le maintien du pouvoir d'achat du revenu.

7.6 *Return* d'un portefeuille et *return* du marché

7.6.1 *Return* d'un portefeuille

Le *return* d'un portefeuille Pf , au cours d'une période t quelconque, $R_{Pf,t}$ est la moyenne pondérée des *returns* enregistrés par les différents titres qui le composent ; les facteurs de pondération sont les proportions de la valeur du portefeuille investies dans les différents titres j , proportions que nous appellerons X_j . On a donc :

$$R_{Pf,t} = \sum_{j=1}^N X_j R_{j,t} \quad [1.18]$$

N représente le nombre de titres inclus dans le portefeuille.

Supposons que nous voulions calculer le *return*, au cours de l'année t , du portefeuille dont la composition est décrite par les deux premières colonnes du tableau 1-1.

Tableau 1.1 – Calcul du return d'un portefeuille

(1) Action i $i =$	(2) Proportion du portefeuille investie dans l'action i	(3) Return du titre i au cours de l'année t	(4) = (3) x (2)
1	0,20	0,12	0,0240
2	0,10	0,10	0,0100
3	0,30	0,13	0,0390
4	0,15	0,16	0,0240
5	0,25	0,14	0,0350
	<u>1</u>		<u>0,1320</u> $\Sigma = 0,1320$

Ce *return* s'obtiendra en multipliant le *return* de chacun des 5 titres qui composent le portefeuille (colonne 3) par la proportion de la valeur du portefeuille investie dans ce titre (colonne 2) et en faisant la somme des produits ainsi obtenus (colonne 4). Le *return* recherché est donc de 0,132 ou 13,2%.

On peut évidemment calculer aussi le *return* d'un portefeuille au cours de la période t , de la manière suivante :

$$R_{Pf, t} = \frac{V_t - V_{t-1}}{V_{t-1}} \quad [1-19]$$

où V_t et V_{t-1} représentent respectivement les valeurs du portefeuille considéré à la fin des périodes t et $t - 1$.

Le calcul précédent cesse cependant d'être correct si des liquidités sont ajoutées au portefeuille ou en sont retranchées au cours de la période t . On calculera alors un *time weighted return*, selon la méthode exposée plus haut.

7.6.2 Return du marché

Idéalement, le *return* du marché au cours d'une période t quelconque $R_{M,t}$ doit être calculé comme la moyenne arithmétique pondérée des *returns* des différents titres j , le facteur de pondération relatif au titre j étant sa capitalisation boursière relative évaluée à la fin de la période $t-1$. Si on appelle $n_{j,t}$ le nombre d'actions du titre j admises en bourse et N_t le nombre de titres différents inscrits à la cotation à la fin de la période t , la capitalisation boursière relative du titre j à la fin de la période t peut être mesurée par le rapport :

$$\frac{n_{j,t} \times C_{j,t}}{N_t} \quad [1-20]$$

$$\sum_{j=1} (n_{j,t}) \times C_{j,t}$$

Ce mode de calcul du *return* du marché nécessite de nombreux traitements de données et plutôt qu'une moyenne pondérée, il arrive qu'on utilise une moyenne arithmétique simple des *returns* des différents titres. Si le *return* ainsi obtenu ne reflète pas parfaitement les performances de l'ensemble du marché, il est toutefois fortement corrélé avec l'indice pondéré.

Sur la plupart des marchés boursiers, on peut trouver des indices qui indiquent à quel niveau se situent les cours de l'ensemble des titres du marché, ou ceux d'un secteur particulier.

À partir de ces indices, on peut estimer le *return* du marché à la période t comme étant égal à la variation relative de l'indice entre la fin de la période $t-1$ et la fin de la période t ; on aura donc :

$$R_{M,t} = \frac{I_t - I_{t-1}}{I_{t-1}} \quad [1-21]$$

si I_t est la valeur de l'indice à la période t .

Si l'indice utilisé ne tient pas compte des paiements de dividendes en espèces, le *return* du marché ainsi obtenu sous-estimera, plus ou moins fortement selon les cas, la performance réelle du marché des actions. Pour éviter cette sous-estimation, on pourra ajouter à la variation relative de l'indice le rapport entre les dividendes payés au cours de la période considérée et la capitalisation boursière totale du marché au début de cette période, mais il ne s'agira que d'une approximation.

En tout état de cause, la puissance des moyens informatiques actuellement disponibles ôte la plus grande part, sinon la totalité de leur bien-fondé aux formules approximatives de calcul du *return* d'un marché.

CHAPITRE 2

LE RISQUE D'UN PLACEMENT EN ACTIONS

SOMMAIRE

1. Mesures de risque et de distribution des taux de *return*
2. Le risque d'un portefeuille
3. Le comportement en séries chronologiques des taux de *return des actions*

Les taux de return successifs d'une action, d'un portefeuille ou d'un marché connaissent d'importantes fluctuations autour de leur valeur moyenne, ce qui constitue un facteur de risque qu'il importe de mesurer adéquatement.

Dans la première section de ce chapitre, nous examinerons les mesures historiques ou ex post du risque, ses mesures ex ante, la possibilité de prévoir le risque futur à partir de données historiques, ainsi que différentes mesures de risque autres que la variance.

La deuxième section sera consacrée à l'examen des caractéristiques des distributions des taux de return.

L'analyse des liens entre le risque d'un portefeuille et celui des titres qui le composent fera l'objet de la troisième section.

Enfin, dans la quatrième section, nous commenterons quelques séries de returns d'actions, caractéristiques du comportement en série chronologique de ce type d'actifs financiers.

1. MESURES DE RISQUE ET DE DISTRIBUTION DES TAUX DE RETURN

1.1 Les mesures de risque *ex post* ou historiques

1.1.1 Les paramètres de tendance centrale et de dispersion

Si l'on veut mesurer la performance d'une action sur un horizon de T périodes, on ne peut se limiter à calculer la moyenne des *returns* par période. Il faut également tenir compte des variations de ces *returns* par période autour de leur moyenne. On utilisera généralement l'écart-type ou la variance des *returns* par période pour mesurer l'ampleur de ces variations. En termes plus rigoureux sur le plan statistique, le *return* d'une action est une *variable aléatoire* dont la distribution de probabilité doit être strictement définie.

Le paramètre appelé **espérance mathématique** d'une distribution de probabilité indique la *tendance centrale* de celle-ci. Elle est égale à la somme des produits de chaque valeur possible de la variable aléatoire par la probabilité correspondante. Ainsi, dans le cas du *return* d'une action :

$$E(R_i) = \sum_{s=1}^S P_s R_{i;s} \quad [2-1]$$

$[s = (1 ; S)]$ est l'ensemble des états (dénombrables) du système qui engendre les membres de la population des *returns* R_i de l'action i

P_s est la probabilité de l'état s

$R_{i;s}$ est le *return* de l'action i si l'état s se réalise.

Dans la pratique, on fait souvent l'hypothèse que le système qui engendre les *returns* est « stationnaire », c'est-à-dire : se reproduit à l'identique au cours de chaque période élémentaire de temps t . *ex post*, si le nombre T [$t = (1 ; T)$] de périodes d'observation est suffisamment élevé pour constituer un échantillon représentatif de la population des *returns* R_i , on peut démontrer que la moyenne arithmétique des observations de cette variable est un *estimateur sans biais* de la moyenne des valeurs numériques des membres de cette population :

$$E(R_i) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{i;t} \quad [2-3]$$

R_i est le return de l'action i au cours de la période t .

Lorsqu'un estimateur sans biais de $E(R_i)$ est obtenu par une procédure d'échantillonnage, il est souvent symbolisé par μ .

La **variance** d'une variable aléatoire mesure la *dispersion* de sa distribution. Elle se définit comme l'espérance du carré des écarts que présente la variable par rapport à son espérance, ce qu'on peut également écrire comme suit : $\text{Var}(x) = E[x - E(x)]^2$.¹

De même, sur la base de l'hypothèse de stationnarité de la distribution de la population sous-jacente, si l'on analyse les performances d'une action à partir d'un échantillon d'observations sur un horizon de T périodes, on calculera comme suit σ_i^2 , la **variance**² des taux de *return* périodiques :

$$\sigma^2(R_i) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_{i;t} - \bar{R}_i)^2 \quad [2-4]$$

\bar{R}_i est la moyenne arithmétique des taux de *return* périodiques.

L'élévation du membre de droite au carré a pour but d'éviter une compensation systématique des écarts positifs et négatifs. Pour obtenir une mesure de dispersion commensurable avec la moyenne de la série, on prend la racine carrée de l'estimateur de la variance. Ce dernier estimateur est appelé **écart-type** ou **déviat standard** (symbolisée par σ).

La loi **normale** ou de **Laplace-Gauss** est l'une des distributions statistiques que l'on rencontre le plus fréquemment dans la pratique. Cette loi, en effet, s'applique à une variable aléatoire qui est la résultante d'un grand nombre de causes indépendantes dont les effets se cumulent, ce qui est apparemment bien le cas du *return*

1. Nous n'utiliserons toutefois pas cette notation dans le présent ouvrage, afin de ne pas confondre avec la notation *VaR* pour Valeur-au-Risque et VAR (avec majuscules) pour *Vector Auto-Regressive model*.

2. À l'intention des lecteurs moins familiarisés avec les techniques statistiques, les calculs détaillés d'une variance et d'une covariance sont présentés plus bas dans l'exemple développé sous les tableaux 2.1 à 2.3.

d'une action et, *a fortiori*, d'un portefeuille d'actions³. Son intervalle de variation est $[-\infty ; +\infty]$. Sa fonction de densité est :

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi\sigma)^{1/2}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}. \quad [2-5]$$

- Cette distribution, généralement appelée « distribution gaussienne », est entièrement définie par les paramètres μ et σ ; si la distribution des taux de *return* est normale, hypothèse dont nous discutons plus loin le bien-fondé, l'espérance et la variance synthétisent parfaitement toute la distribution. En effet, la connaissance de ces deux paramètres permet de calculer la probabilité que le taux de *return* de l'actif considéré se trouve dans un intervalle donné.
- Elle est symétrique par rapport à sa moyenne ; sa moyenne, sa médiane et son mode coïncident par conséquent.
- À peu près exactement 68 % des valeurs possibles de la variable aléatoire « *return* » se situent dans l'intervalle $[\mu \pm \sigma]$; de même, à peu près exactement 95 % de ces valeurs se situent dans l'intervalle $[\mu \pm 2\sigma]$ et à peu près exactement 99 % dans l'intervalle $[\mu \pm 3\sigma]$.

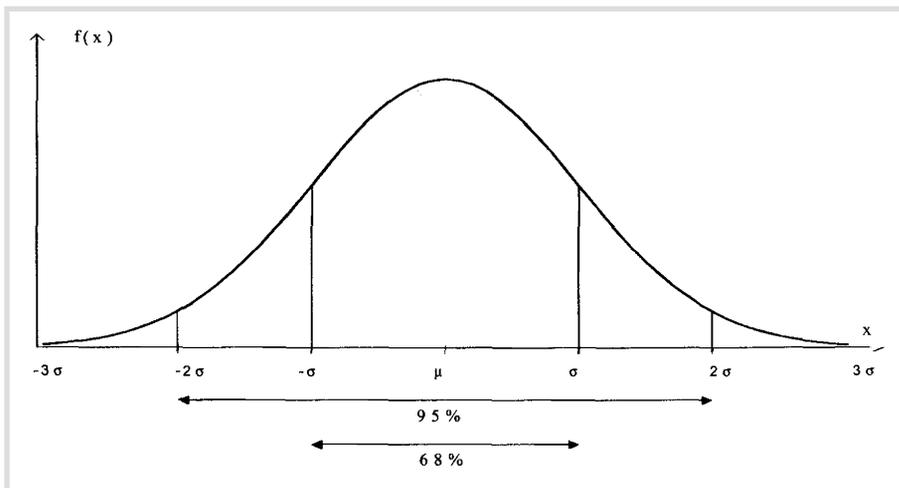


Figure 2.1 – Fonction de densité de probabilité de la distribution gaussienne

À titre d'exemple, les marchés belges et français des actions, tels que représentés par l'indice MSCI⁴, ont procuré respectivement sur la période janvier 2001-mars 2011 un *return* hebdomadaire net de 0,039 % et 0,045 % (ce qui correspond à

3. Nous serons amenés à relaxer cette hypothèse, qui ne correspond pas à la distribution des *returns* de la plupart des actifs financiers, dans le cadre des modèles multi-facteurs.

4. Morgan Stanley Capital International.

2,08 % et 2,36 % par an), moyenne assortie d'un écart-type de 3,48 % pour l'indice belge et 3,18 % pour l'indice français. On peut en déduire que 68 % du temps, soit à peu près deux semaines sur trois, le *return* français, par exemple, a été compris entre $(0,045 - 3,18) = (-3,13 \%)$ et $(0,045 + 3,18) = 3,22 \%$. Bien entendu, les 32 % restants ont été également partagés entre *returns* annuels supérieurs à 3,22 % (avec un maximum de 18,3 % le 4 novembre 2008) et *returns* inférieurs à -3,13 % (avec un minimum de -13,07 % le 16 juillet 2002). On voit que moyenne et écart-type permettent bien de décrire commodément une distribution.

1.1.2 Un indicateur complémentaire du risque : la covariance

L'écart-type ne suffit pas pour se faire une idée du risque d'une action. Toute action est un composant potentiel d'un portefeuille au risque duquel son adjonction va contribuer. Pour déterminer la nature et l'importance relative de cette contribution, il faut encore, comme on l'exposera en détail plus loin et, en particulier, au chapitre 4, apprécier l'importance de la covariation de ses *returns* avec ceux des autres titres qui sont susceptibles d'entrer dans la composition du portefeuille. Si l'on veut connaître le lien qui a existé dans le passé entre les fluctuations des taux de *return* de deux actions i et j , il faut recourir aux concepts de covariance et de corrélation.

La **covariance** entre les taux de *return* des actions i et j se calculera comme suit :

$$cov_{ij} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_{i,t} - \bar{R}_i)(R_{j,t} - \bar{R}_j). \quad [2-6]$$

La covariance peut aussi se noter σ_{ij} .

L'interprétation de la covariance porte essentiellement sur son signe : positif, négatif ou nul. On voit que ce signe est forcément celui de la somme des produits des écarts que présentent, à chaque temps t , les *returns* des deux variables par rapport à leur moyenne. Si R_i et R_j ont tendance à être simultanément supérieurs (ou inférieurs) à leur moyenne, le produit des écarts sera positif, et la covariance également. On en déduira que les deux variables ont tendance à varier dans le même sens. De même, si la covariance est négative, la conclusion sera que les deux variables ont tendance à évoluer en sens opposé. Enfin, si la covariance est nulle, on en inférera qu'il n'y a aucun lien entre les évolutions respectives des deux variables.

Si le signe de la covariance est donc aisément interprétable, sa grandeur ne l'est pas. Pour se faire une idée de l'intensité du lien qui unit les évolutions de deux variables, il faut « normaliser » la covariance en la divisant par le produit des écarts-types des deux variables.

On obtient ainsi le **coefficient de corrélation**, qui a le même signe que la covariance (puisque s_i et s_j sont positifs), mais qui a sur elle l'avantage procuré par la normalisation : il est nécessairement compris entre (-1) et $(+1)$:

$$\rho_{ij} = \sigma_{ij} / \sigma_i \sigma_j \quad [2-7]$$

Un coefficient de corrélation positif indique que les taux de *return* des actifs *i* et *j* ont tendance à évoluer dans le même sens ; le coefficient de corrélation se rapproche d'autant plus de 1 que les variations des taux de *return* des deux actifs tendent à devenir proportionnelles. L'interprétation est évidemment à l'opposé de ce qui précède lorsque le coefficient de corrélation s'avère négatif. Enfin, une corrélation nulle indique l'absence de relation entre les *returns* des actifs considérés.

Les mesures de risque que nous venons de présenter peuvent évidemment être également utilisées pour apprécier le risque de portefeuilles ou de marchés.

Tableau 2.1 – Taux de *return* annuels et titres *i* et *j*

Année	Taux de <i>return</i> de <i>i</i>	Taux de <i>return</i> de <i>j</i>
1	0,06	0,09
2	0,20	0,24
3	-0,07	0,10
4	0,12	-0,02
5	0,17	0,26
6	0,16	0,17
7	-0,11	-0,20
8	0,20	0,30
9	0,16	0,15
10	0,11	0,21

À titre d'exemple, considérons, au tableau 2.1, les taux de *return* enregistrés par les deux actions *i* et *j*, au cours des 10 dernières années.

Les moyennes arithmétiques des taux de *return* annuels des actions *i* et *j* \bar{R}_i et \bar{R}_j se calculent comme suit :

$$\bar{R}_i = \frac{1}{10} \sum_{t=1}^{10} R_{i,t} = 0,10 \text{ et } \bar{R}_j = \frac{1}{10} \sum_{t=1}^{10} R_{j,t} = 0,13.$$

Les variances et écarts-types de ces taux de *return* peuvent être obtenus par les calculs suivants :

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{10} \sum_{t=1}^{10} (R_{i,t} - \bar{R}_i)^2 = 0,01072 \text{ et } \sigma_i = \sqrt{0,01072} = 0,1035$$

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{10} \sum_{t=1}^{10} (R_{j,t} - \bar{R}_j)^2 = 0,02002 \text{ et } \sigma_j = \sqrt{0,02002} = 0,1415.$$

Quant à la covariance et au coefficient de corrélation entre les *returns* des actions *i* et *j*, ils se calculent respectivement de la manière suivante :

$$\text{cov}_{ij} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (R_{i,t} - \bar{R}_i)(R_{j,t} - \bar{R}_j) = 0,01145$$

$$r_{ij} = \frac{\text{cov}_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} = \frac{0,01145}{0,1035 \cdot 0,1415} = 0,7816.$$

On notera que $\text{cov}_{ij} = r_{ij} \sigma_i \sigma_j$.

1.1.3 L'utilisation de données ex post pour prévoir le risque futur

Les données historiques étant largement disponibles, on y a fréquemment recours pour estimer le risque futur des actions. Il y a toutefois lieu d'être conscient que c'est bien des fluctuations futures des *returns* que dépend l'évolution de la fortune des investisseurs et qu'à cet égard, l'extrapolation pure et simple des fluctuations passées peut s'avérer un mode de prévision peu fiable.

1.1.4 Mesures de risque autres que la variance

Plusieurs mesures de risque autres que la variance peuvent être envisagées. Il s'agit notamment de :

- **l'intervalle de variation** qui se calcule en retranchant le *return* le plus faible du *return* le plus élevé. Cette mesure ne tient aucun compte des *returns* intermédiaires et elle néglige totalement les probabilités de survenance des différents *returns*.
- **l'écart absolu moyen** qui est la moyenne des différences absolues entre chaque *return* et la moyenne arithmétique de la distribution. Celle-ci, comme toutes celles qui suivent, ne permet pas de tenir compte des liens qui existent entre les fluctuations respectives des *returns* des différents titres.
- **la probabilité d'un *return* négatif**. Cette probabilité est égale au pourcentage de fois où on observe un *return* négatif. Cette mesure de risque présente l'inconvénient de négliger totalement les *returns* positifs et de ne pas permettre non plus de tenir compte des interrelations qui existent entre les fluctuations des *returns* des actions considérées.
- **la semi-variance** ou « variance à gauche » peut se définir comme l'espérance des carrés des écarts que les valeurs d'une variable inférieure à son espérance présentent par rapport à celle-ci. Cette mesure est notamment utilisée pour définir plusieurs mesures de performance développées au chapitre 19.

La semi-variance ignore les *returns* supérieurs à l'espérance et, par ailleurs, elle rend difficile la prise en compte des corrélations existant entre les *returns* des différents titres.

- **le *downside risk*** est la probabilité d'obtenir un *return* inférieur à une valeur donnée. Quand cette valeur est zéro, on l'appelle souvent « probabilité de ruine ».

- la *Value at Risk* (**VaR**) est obtenue par une démarche inverse de la précédente. Au lieu de déterminer la probabilité de perdre un montant donné, on détermine quel est le montant de perte qui, conditionnellement à l'information probabiliste disponible, ne sera dépassée qu'avec une probabilité p (par exemple, 5 %). Cette méthode est principalement utilisée pour visualiser aisément le risque d'une position globale complexe⁵. Elle peut être prolongée par des simulations sur des « scénarios-catastrophe » (*stress testing*). Relativement simple si on peut faire l'hypothèse — rarement très réaliste — que tous les aléas pris en compte sont distribués selon une même loi de probabilité, cette méthodologie s'avère beaucoup plus délicate et lourde à mettre en œuvre si on veut atteindre un plus grand réalisme dans la modélisation d'un risque complexe⁶. Elle est notamment utilisée dans la mise en œuvre de certaines stratégies alternatives (chapitre 17) et pour certaines mesures de performance de portefeuille (chapitre 19).

Pour des développements complémentaires sur les mesures de risque alternatives, on consultera avec profit Moraux (2010, chapitre 2 et la bibliographie de ce chapitre).

1.2 Utilisation de données ex post pour prévoir le risque futur

Les données historiques étant largement disponibles, on a fréquemment recours à elles pour apprécier le risque futur des actions. Rien n'empêche de procéder de la sorte, mais il faut être conscient que c'est bien des fluctuations futures des *returns* que dépend l'évolution de la fortune des investisseurs et qu'à cet égard, l'extrapolation pure et simple des fluctuations passées peut s'avérer un mode de prévision peu fiable.

Le tableau 2.2 montre, à titre d'exemple constitué sur un horizon particulièrement long, l'évolution de l'écart-type des *returns* journaliers du marché américain au cours de périodes successives de 10 ans.

5. Par exemple, estimer le risque associé à une décision qui concerne la gestion de la position globale d'une banque (*Asset and Liabilities Management* — ALM).

6. Voir par exemple, dans cette même collection, Esch, Kiefer et Lopez [2003].

Tableau 2.2 – Évolution de l'écart-type des returns journaliers

Période	Écart type des returns journaliers du marché
1890 - 1899	0,009565
1900 - 1909	0,008515
1910 - 1919	0,007706
1920 - 1929	0,010188
1930 - 1939	0,019352
1940 - 1949	0,008793
1950 - 1959	0,006956
1960 - 1969	0,006245
1970 - 1979	0,008575
1980 - 1989	0,011050

Source : Jones et Wilson [1989], page 23.

Un tel tableau fait apparaître les variations parfois sensibles de l'écart-type d'une décennie à l'autre, comme par exemple entre 1920-1929 et 1930-1939, entre 1930-1939 et 1940-1949 ou encore entre 1970-1979 et 1980-1989.

Traduits en écarts-types annuels (ce qui est plus parlant)⁷, les écarts-types des décennies sont en moyenne de 18,52 %, avec un minimum de 11,93 % (1950-59) et un maximum de 36,97 % (1930-39). Utiliser un écart-type historique comme prévision d'un écart-type futur peut donc conduire à de sérieuses erreurs d'estimation.

1.3 Mesures *ex ante* du risque : l'approche par les scénarios

L'approche par les scénarios, qui est décrite ci-après, est peu pratiquée, si ce n'est dans le cadre de la Value at Risk⁸, méthode de plus en plus fréquemment utilisée pour mesurer et gérer les risques financiers. Dans la littérature académique, on en trouve néanmoins un exemple de son utilisation dans une étude de Farrel [1989] dont le but était de déterminer une répartition optimale entre trois catégories d'actifs financiers : les actions, les obligations et les placements monétaires.

Au moment d'acheter une action, de constituer un portefeuille, d'investir sur un marché, l'investisseur ne peut qu'estimer le taux de *return* de l'action, du portefeuille ou du marché pour la période de détention qu'il s'est fixée. Ces taux de *return* peuvent donc être considérés comme des variables aléatoires auxquelles sont attachées des distributions de probabilité dont on suppose qu'elles suivent la loi normale.

Imaginons un investisseur qui considère que 10 scénarios sont possibles pour l'économie dans laquelle il compte investir et pour l'horizon qu'il s'est fixé.

7. Pour transformer un écart-type journalier en un écart-type annuel, il suffit de le multiplier par la racine carrée de 365 (jours). De même, un écart-type de *returns* mensuels peut être transformé en écart-type de *returns* annuels en le multipliant par la racine carrée de 12 (mois).

8. Voir ci-dessus.

À chacun des scénarios $s_1, s_2 \dots s_{10}$, il attribue — de manière raisonnée mais néanmoins « subjective »⁹ — une probabilité $P_{s_1}, P_{s_2} \dots P_{s_{10}}$. Après de nombreuses analyses, cet investisseur a élaboré des estimations de ce que serait, pour chacun d'eux, le *return* des trois titres k, l et o auxquels il veut limiter son investissement¹⁰.

Les taux présentés dans les colonnes (3), (4) et (5) du tableau 2.3, associés aux probabilités qui figurent dans la colonne (2) constituent les distributions de probabilité des *returns* des titres k, l et o .

Ainsi, dans le cas du titre k , l'espérance de la distribution de probabilité de son *return*, $E(R_k)$ se calculera comme suit :

$$E(R_k) = \sum_{s=1}^{10} P_s R_{k,s} = 0,12.$$

Un calcul analogue indique que $E(R_l) = 0,13$ et $E(R_o) = 0,10$.

La variance de la distribution de probabilité du *return* du titre k se calculera donc de la manière suivante :

$$\sigma^2(R_k) = \sum_{s=1}^{10} P_s [R_{k,s} - E(R_k)]^2 = 0,008608.$$

Tableau 2.3 – Prévision des taux de *return* des titres k, l et o

Scénario s (1)	Probabilité P_s (2)	Taux de		
		Titre k R_k (3)	Titre l R_l (4)	Titre o R_o (5)
1	0,02	- 0,04	- 0,26	- 0,03
2	0,05	- 0,03	0,02	- 0,01
3	0,05	- 0,01	- 0,06	0,02
4	0,10	0,03	0,00	0,04
5	0,12	0,06	0,06	0,09
6	0,15	0,10	0,10	0,18
7	0,18	0,12	0,15	0,15
8	0,15	0,18	0,22	0,13
9	0,10	0,25	0,27	0,07
10	0,08	0,30	0,35	0,06

On obtiendra de la même manière

$$\sigma^2(R_l) = 0,014984 \text{ et } \sigma^2(R_o) = 0,003398.$$

9. C'est-à-dire propre à un « sujet » qui possède des connaissances plus ou moins étendues, une information plus ou moins complète, un profil psychologique donné... qui le rendent notamment plus ou moins enclin au *wishful thinking*...

10. Cette restriction a pour unique objet de simplifier la présentation de l'exemple.

Les écarts-types (R_k , R_l et R_o) seront respectivement égaux aux racines carrées de $\sigma^2 R_k$, $\sigma^2 R_l$, et $\sigma^2 R_o$.

On aura ainsi $\sigma R_k = 0,0928$, $\sigma R_l = 0,1224$ et $\sigma R_o = 0,0583$.

Quant à la **covariance** entre les distributions de deux variables x et y , elle se définit de la manière suivante :

$$\text{Cov}(x, y) = E[x - E(x)][y - E(y)].$$

Dans le cas des deux titres k et l , on aura :

$$\text{Cov}(R_k, R_l) = \sum_{s=1}^{10} [R_{k,s} - E(R_k)][R_{l,s} - E(R_l)] = 0,01087.$$

Un calcul analogue donnera :

$$\text{Cov}(R_k, R_o) = 0,001437 \text{ et } \text{Cov}(R_l, R_o) = 0,002344.$$

Et enfin, les **coefficients de corrélation** entre les *returns* des actions k et l , k et o , et l et o se calculeront respectivement de la manière suivante :

$$\rho(R_k, R_l) = \frac{\text{Cov}(R_k, R_l)}{\sigma(R_k) \cdot \sigma(R_l)} = \frac{0,01087}{(0,0928)(0,1244)} = 0,9416 ;$$

$$\rho(R_k, R_o) = \frac{\text{Cov}(R_k, R_o)}{\sigma(R_k) \cdot \sigma(R_o)} = \frac{0,001437}{(0,0928)(0,0583)} = 0,2656 ;$$

$$\rho(R_l, R_o) = \frac{\text{Cov}(R_l, R_o)}{\sigma(R_l) \cdot \sigma(R_o)} = \frac{0,002344}{(0,1244)(0,0583)} = 0,3232.$$

1.4 La distribution statistique des taux de *return*

1.4.1 La distribution normale

L'identification de la distribution des taux de *return* est une question particulièrement importante. De la nature de cette distribution dépend en effet la manière dont il convient de mesurer le risque des actifs concernés.

Les premiers auteurs qui se sont intéressés à la distribution des taux de *return*, et notamment Bachelier [1900], ont supposé que cette distribution était normale, quelle que soit la longueur de leur période de calcul. Nous avons vu plus haut que Markowitz avait pris cette même option, sans même la justifier explicitement.

Pour justifier cette normalité, Osborne [1959] a fourni une argumentation *a priori* qui repose sur le théorème « **limite centrale** ». Ce théorème affirme que la distribution de la somme de variables aléatoires distribuées indépendamment et identi-

quement et ayant des moyennes et des variances finies tend vers la loi normale quand le nombre de variables additionnées augmente.

Si les marchés sont efficaces, les variations des logarithmes des prix¹¹, c'est-à-dire en fin de compte les taux de *return* de transaction en transaction, devraient être aléatoires ; par ailleurs, selon Osborne, on peut s'attendre à ce que ces variations soient identiquement distribuées. Dès lors, les taux de *return* devraient être normalement distribués s'ils sont relatifs à des périodes suffisamment longues pour comprendre un grand nombre de transactions.

1.4.2 Le test d'autres hypothèses

Selon Mandelbrot [1963], la distribution des taux de *return* devrait au contraire s'écarter de la loi normale par une trop forte concentration d'observations autour de la tendance centrale de la distribution et à ses extrémités. Mandelbrot explique ce phénomène par le fait que de nombreuses variations de prix correspondent à une absence d'information nouvelle ou à des informations de faible contenu, tandis qu'un petit nombre de fluctuations sont consécutives à des nouvelles très importantes qui entraînent selon le cas une hausse ou une chute significative du cours.

Analysant les taux de *return* journaliers des 30 titres du Dow Jones au cours de la période 1957-1962, Fama [1965] a constaté que leurs distributions s'écartaient de la loi normale et appartenaient en fait à la famille des distributions symétriques stables¹² de Pareto.

Blattberg et Gonedes [1974] ont constaté que les distributions des taux de *return* des titres du Dow Jones s'approchaient de la normalité quand ils étaient calculés sur des périodes hebdomadaires. Leur analyse des taux de *return* journaliers leur a montré, contrairement à ce qu'avait observé Fama, qu'en dépit des fréquences relatives élevées à leurs extrémités, elles correspondaient davantage à des distributions de Student qu'à des distributions parétiennes stables.

Travaillant, cette fois, avec les taux de *return* mensuels des titres du Dow Jones, Fama [1976] s'est aperçu que leurs distributions se rapprochaient de la loi normale. Les fréquences relatives trop élevées qui, quand il s'agissait de taux de *return* journaliers, étaient observées autour de la valeur centrale et aux extrémités des distributions, se réduisaient en effet considérablement avec des données mensuelles (cf. tableau 2.4). Les résultats présentés ici, et qui sont déjà anciens, ont par la suite été considérés comme acquis et expliquent pourquoi un grand nombre d'études quantitatives sur les *returns* d'actions sont effectuées sur des données mensuelles.

11. En l'absence de dividende, le return en temps continu est égal au logarithme naturel du quotient de deux prix successifs ou, ce qui revient au même, à la différence de leurs logarithmes.

12. Il s'agit de lois de probabilité ayant la même structure d'équation que la loi normale, mais avec un exposant caractéristique inférieur à 2. Par rapport à celle-ci, elles sont caractérisées par une plus forte concentration de la densité de probabilité autour de l'espérance, d'une part, et dans les extrémités, d'autre part. Lorsque l'exposant caractéristique est inférieur à environ 1,7, la variance de population cesse d'être une quantité finie, ce qui pose de sérieux problèmes d'inférence statistique.

TABLE DES MATIÈRES

Présentation des auteurs	5
Préface par Éric CHARPENTIER	7
Préface par Vincent VAN DESSEL	9
Introduction	11

PREMIÈRE PARTIE

LES ACTIONS	13
--------------------------	----

CHAPITRE 1

Logique d'investissement et mesure de la rentabilité	15
1. Brève chronologie de la recherche en gestion de portefeuille	16
2. Les fonctions de la finance	18
2.1 Le financement	18
2.2 La valorisation des actifs financiers	19
3. La théorie de l'investissement de la finance moderne : les axiomes	20
3.1 Axiome 1 : « Les agents économiques sont rationnels »	20
3.2 Axiome 2 : « Le marché financier est efficient »	21
4. La théorie de l'investissement de la finance moderne : le modèle en avenir certain	23
5. La prise de décision en avenir incertain	24
6. La théorie de l'investissement de la finance moderne en avenir incertain	27

7. La rentabilité des investissements en actions	28
7.1 La mesure de la rentabilité en temps discret	28
7.2 Le traitement des flux monétaires intermédiaires	29
7.3 Ajustements pour les opérations de capital	32
7.3.1 Ajustement des taux de return	32
7.3.2 Ajustement des données par action antérieures	35
7.4 Taux de return multi-périodiques	35
7.5 Taux de return nominaux et taux de return réels	39
7.6 Return d'un portefeuille et return du marché	39
7.6.1 Return d'un portefeuille	39
7.6.2 Return du marché	40

CHAPITRE 2

Le risque d'un placement en actions

1. Mesures de risque et de distribution des taux de return	44
1.1 Les mesures de risque ex post ou historiques	44
1.1.1 Les paramètres de tendance centrale et de dispersion	44
1.1.2 Un indicateur complémentaire du risque : la covariance	47
1.1.3 L'utilisation de données ex post pour prévoir le risque futur	49
1.1.4 Mesures de risque autres que la variance	49
1.2 Utilisation de données ex post pour prévoir le risque futur	50
1.3 Mesures ex ante du risque : l'approche par les scénarios	51
1.4 La distribution statistique des taux de return	53
1.4.1 La distribution normale	53
1.4.2 Le test d'autres hypothèses	54
2. le Risque d'un portefeuille	55
3. le Comportement en séries chronologiques des taux de return des actions	58

CHAPITRE 3

L'attitude de l'investisseur face au risque

1. Un critère général de choix en situation d'incertitude : la maximisation de l'utilité espérée	62
1.1 Maximisation du return espéré	62
1.2 Maximisation de l'utilité espérée	65
1.3 Théorème de l'utilité espérée	66

1.4	Signification du concept d'utilité	67
2.	Fonctions d'utilité, aversion envers le risque et approche moyenne-variance	70
2.1	Caractéristiques théoriques des fonctions d'utilité	70
2.1.1	Préférence de l'investisseur pour l'accroissement de richesse	70
2.1.2	Attitude de l'investisseur face au risque	71
2.2	Aversion absolue et aversion relative pour le risque	74
2.2.1	Aversion absolue envers le risque et prime de risque	74
2.2.2	Aversion relative envers le risque	76
2.3	Fonction d'utilité et comportement observé des individus	78
2.4	Fonctions d'utilité et approche moyenne-variance	79

CHAPITRE 4

Diversification et sélection des titres	85
1. La recherche d'une diversification efficace	86
1.1 Diversification et corrélation	86
1.2 Taille du portefeuille et diversification	92
2. Détermination des portefeuilles efficients en l'absence de contraintes de type inégalité	94
2.1 Méthode de calcul	95
2.2 Représentation graphique de la frontière efficiente	96
3. Prise en considération d'un actif sans risque	98
3.1 Méthode de calcul	98
3.2 Représentation graphique	98
4. Algorithme de Markowitz, dit de la « ligne critique »	100
5. Modèles à indices	102

CHAPITRE 5

Le modèle de marché	109
1. éléments de base	110
1.1 L'estimation des paramètres du modèle	111
1.2 L'interprétation du coefficient bêta	115
2. Estimateurs destinés à améliorer la qualité prévisionnelle des coefficients bêta	116

2.1	Neutralisation du phénomène de régression vers la moyenne	117
2.1.1	Ajustement de Blume	117
2.1.2	Ajustement de Vasicek	117
2.2	Neutralisation des phénomènes de désynchronisation	118
2.2.1	L'estimateur de Scholes et Williams	118
2.2.2	L'estimateur de Dimson	118
3.	Estimation et modélisation de la volatilité	119
3.1	La mesure de la variance historique conditionnelle	120
3.1.1	La mesure glissante	120
3.1.2	Les mesures pondérées	120
3.2	La modélisation de la variance historique conditionnelle	120
3.3	Les avancées récentes de la recherche	122

CHAPITRE 6

Modèles d'équilibre des actifs financiers (MEDAF ou CAPM)

1.	Version de base du MEDAF	132
1.1	Hypothèses du MEDAF	132
1.2	Le modèle	133
1.3	Relation risque-return pour un portefeuille parfaitement diversifié ou efficient	136
1.4	Relation risque-return pour un titre individuel	138
1.5	Détermination des prix d'équilibre	140
2.	Extensions du MEDAF	141
2.1	Le modèle « Zéro-bêta »	142
2.2	Prise en considération de la taxation	144
2.3	Existence de coûts de transaction	146
2.4	Prise en considération de l'inflation	147
2.5	Hétérogénéité des anticipations relatives aux performances futures des titres	148
2.6	Le MEDAF international	149
3.	Tests empiriques du MEDAF	149
3.1	Les grandes études « classiques »	150
3.1.1	L'étude de Miller et Scholes	150
3.1.2	L'étude de Black, Jensen et Scholes	151
3.1.3	L'étude de Fama et Mac Beth	154

3.2	Vers une approche multifactorielle	156
3.3	Un premier état de la question	159

CHAPITRE 7

Les modèles multi-facteurs	163
1. Les extensions empiriques du MEDAF	164
1.1 Le modèle de Fama et French	164
1.2 Les extensions du modèle de Fama et French	169
1.2.1 <i>La prime de momentum</i>	170
1.2.2 <i>La prime de liquidité</i>	170
1.2.3 <i>La prime d'information</i>	173
2. Les extensions théoriques du medaf	175
2.1 Les modèles multi-moments théoriques	176
2.1.1 <i>Les modèles à préférences homogènes pour les moments</i>	176
2.1.2 <i>Les modèles à préférences hétérogènes pour les moments</i>	177
2.2 Les modèles multi-moments empiriques	178
2.2.1 <i>Les modèles à primes classiques</i>	179
2.2.2 <i>Les modèles à primes implicites</i>	179
3. Théorie de l'évaluation par arbitrage (APT)	181
3.1 Le modèle	181
3.2 Les applications empiriques de l'APT	183
3.2.1 <i>Les modèles implicites</i>	183
3.2.2 <i>Les modèles explicites à facteurs macroéconomiques</i>	184
3.2.3 <i>Les modèles explicites à facteurs microéconomiques</i>	185
3.2.4 <i>Les modèles multi-indices</i>	187
4. Les méthodes alternatives d'estimation des returns	189
4.1 L'analyse fondée sur le style	189
4.1.1 <i>Le choix des indices</i>	190
4.1.2 <i>La prise en compte du levier</i>	192
4.2 Les modèles à coefficients variables	193
4.2.1 <i>Les modèles conditionnels</i>	194
4.2.2 <i>Les modèles à changements de régimes</i>	195
4.2.3 <i>Les modèles purement variables</i>	196

CHAPITRE 8

L'évaluation des actions	199
1. Les modèles d'Évaluation	200
1.1 Le modèle général	201
1.2 Le modèle de Gordon-Shapiro	203
1.2.1 Présentation du modèle	203
1.2.2 Champ d'application de la formule de Gordon-Shapiro	205
1.2.3 La mise en œuvre d'un « Dividend Discount Model » (DDM)	205
2. Les critères traditionnels d'évaluation	206
2.1 L'actif net par action	206
2.2 Le rendement	207
2.3 Le <i>Price Earnings Ratio</i> (PER)	207
2.3.1 PER et formules d'évaluation	207
2.3.2 Les modèles PER à deux sous-périodes	208
2.4 Le <i>Price Cash Flow Ratio</i> (PCFR)	209
2.5 Considérations finales	210

CHAPITRE 9

Efficienc e des marchés boursiers	211
1. Le concept d'efficience et ses implications	212
2. « Prévisibilité » des returns ou tests d'efficience de forme faible	215
2.1 L'hypothèse du Random Walk	215
2.1.1 Tests paramétriques	216
2.1.2 Tests non paramétriques	218
2.2 Simulation de méthodes « chartistes »	219
2.3 Tests sur données intra-quotidiennes	221
3. Études événementielles ou tests d'efficience de forme semi-forte	221
3.1 La méthode des « Résidus Moyens Cumulés »	221
3.2 Tests des techniques développées par les praticiens au niveau du traitement de l'information : l'exemple des recommandations des brokers	228
3.3 Quelques anomalies systématiques : les effets de « dimension de la firme », du « faible rapport cours-bénéfice » et de saisonnalités	229

4. Analyse de l'information confidentielle ou tests d'efficience de forme forte	231
4.1 Mesure des performances des investisseurs initiés	232
4.2 Performances des fonds communs	232
4.3 Les filtres du ratio Cours-Bénéfice	233
5. Un regard critique sur le concept d'efficience informationnelle des marchés boursiers	234

DEUXIÈME PARTIE

LES AUTRES CLASSES D'ACTIFS

241

CHAPITRE 10

Caractéristiques, évaluation et risque des obligations	243
1. Nature et caractéristiques des obligations	244
2. Le rendement financier des obligations	246
3. L'évaluation des obligations	248
4. Les facteurs explicatifs du niveau des taux d'intérêt	249
4.1 Structure des taux suivant les échéances	249
4.1.1 Théorie des anticipations non biaisées ou anticipations rationnelles	249
4.1.2 Théorie de la prime de liquidité	250
4.1.3 Théories dites de la segmentation et des « habitats préférés »	251
4.2 Taux d'intérêt et inflation	252
5. Les risques d'une obligation	252
6. La sensibilité du prix d'une obligation aux variations du taux d'intérêt : la duration et la convexité	256

CHAPITRE 11

Les options	
Nature, caractéristiques, rentabilité, valeur et quelques stratégies	271
1. Nature et caractéristiques des contrats d'options sur actions. Résultats enregistrés par leurs acquéreurs et émetteurs	272
1.1 Nature et caractéristiques des contrats d'option sur actions	272

1.2 Résultats enregistrés par les acquéreurs et les émetteurs des contrats d'option	273
1.2.1 Option d'achat	273
1.2.2 Option de vente	276
2. La valeur de l'option et ses déterminants	278
2.1 La décomposition de la valeur d'une option	278
2.2 Les facteurs influençant la valeur d'une option	281
2.2.1 Le cours de l'action sous-jacente	281
2.2.2 La volatilité du cours de l'action sous-jacente	281
2.2.3 Le paiement de dividendes	282
2.2.4 Le prix d'exercice de l'option	282
2.2.5 Le taux d'intérêt à court terme : RF	283
2.2.6 La durée de vie de l'option	283
3. Stratégies de base	285
3.1 Achat d'une option d'achat	285
3.2 Vente d'une option d'achat couverte par la détention du titre de base	286
3.3 Vente d'une option d'achat non couverte	286
3.4 Achat d'une option de vente	287
3.5 Vente d'une option de vente	287
4. Stratégies plus complexes	288
4.1 Les écarts	288
4.2 Le stellage	291
4.3 Les combinaisons	293
CHAPITRE 12	
Modèles d'évaluation des options	295
1. Le modèle binomial	296
1.1 Modèle à une période	296
1.2 Modèle à plusieurs périodes	300
2. Le Modèle de Black et Scholes	303
2.1 Les hypothèses	303
2.2 Le modèle	304
2.2.1 Exemple d'application du modèle de Black et Scholes	307

2.3	Relation entre le modèle binomial et le modèle de Black et Scholes	308
2.4	Prise en compte d'un dividende par le modèle de Black et Scholes	309
2.4.1	Dividende prévisionnel fixe	309
2.4.2	Dividende continu proportionnel au cours de l'action	309
3.	Relation entre le prix de l'option d'achat et celui de l'option de vente	310
4.	Sensibilité du prix des options d'achat et de vente par rapport à leurs déterminants	312
4.1	Sensibilité du prix des options d'achat et de vente par rapport au cours de l'action sous-jacente	312
4.2	Sensibilité du prix des options d'achat et de vente par rapport à la volatilité du prix de l'action sous-jacente	313
4.3	Sensibilité du prix des options d'achat et de vente par rapport au prix d'exercice	314
4.4	Sensibilité du prix des options d'achat et de vente par rapport au taux d'intérêt à court terme	314
4.5	Sensibilité du prix des options d'achat et de vente par rapport à la durée de vie de celles-ci	314
5.	Relation entre le prix d'une option européenne et celui d'une option américaine	315
5.1	Option d'achat	315
5.2	Option de vente	316
6.	Options « réelles », flexibilité et projets d'investissement	318
6.1	Théorie des options et flexibilité	318
6.2	Principaux problèmes d'utilisation	319

CHAPITRE 13

Les classes d'investissements alternatifs	321
1. La notion d'investissement alternatif	322
2. Les hedge funds	325
2.1 Définition	325
2.2 Une typologie des hedge funds	326
2.2.1 Les fonds directionnels	327

2.2.2	<i>Les fonds non directionnels de valeur relative</i>	327
2.2.3	<i>Les fonds semi-directionnels de situations spéciales</i>	328
2.2.4	<i>Les fonds de hedge funds</i>	329
2.3	Les propriétés financières des returns de hedge funds	330
2.3.1	<i>Non-linéarité des expositions aux risques</i>	331
2.3.2	<i>Instabilité des expositions aux risques</i>	335
2.3.3	<i>Dépendance temporelle des expositions aux risques</i>	339
3.	Le private equity	342
3.1	Définition	342
3.2	Une typologie du private equity	343
3.2.1	<i>Les fonds investissant dans les entreprises destinées à être admises à la cote</i>	343
3.2.2	<i>Les fonds investissant dans les entreprises destinées à être retirées de la cote</i>	344
3.3	Les propriétés financières des returns du venture capital	346
3.3.1	<i>Évolution graduelle des investissements</i>	347
3.3.2	<i>Lissage artificiel des returns</i>	350
4.	Les fonds d'infrastructure	351
5.	Les matières premières, denrées et marchandises (commodities)	353
5.1	Les contrats à terme sur <i>commodities</i>	354
5.1.1	<i>Le mécanisme des contrats à terme</i>	354
5.1.2	<i>Les propriétés financières des contrats à terme sur commodities</i> ...	355
5.2	Les fonds de managed futures	358
5.2.1	<i>Le mécanisme des managed futures</i>	358
5.2.2	<i>Les propriétés financières des managed futures</i>	359
6.	L'immobilier	361
7.	Les actifs de conservation de valeur	363

TROISIÈME PARTIE

LA GESTION DE PORTEFEUILLE

367

CHAPITRE 14

Les stratégies d'investissement

369

1. Les stratégies de base

370

1.1 La gestion active

370

1.2	La gestion passive	372
2.	L'allocation stratégique (Strategic Asset Allocation)	374
2.1	La méthode d'optimisation	374
2.1.1	Les données	374
2.1.2	La frontière efficiente	375
2.1.3	La fonction objectif	376
2.1.4	La détermination du lambda	376
2.1.5	Choix du portefeuille optimal	377
2.1.6	Un calcul direct du X optimal	378
2.1.7	Choix du portefeuille optimal : une interprétation graphique	379
2.1.8	De la qualité des inputs	381
2.2	Les méthodes heuristiques	382
CHAPITRE 15		
	Les stratégies passives	385
1.	principes généraux de gestion passive	386
1.1	Un jeu à somme nulle	386
1.2	Les mérites de la gestion passive	388
1.3	Les paradoxes de la gestion passive	389
2.	Mise en œuvre de la gestion passive	391
2.1	Constituer un portefeuille indiciel	391
2.1.1	Indice et portefeuille de marché	392
2.1.2	Les méthodes d'indexation physique	393
2.2	L'évolution de la gestion passive	394
2.2.1	Les « Exchange Traded Funds » (ETFs) ou « trackers »	394
2.2.2	L'utilisation de produits dérivés à delta unitaire	395
3.	Les stratégies passives de gestion d'un portefeuille d'obligations	397
3.1	L'immunisation	397
3.2	L'adossement : les portefeuilles « dédiacés »	398
3.3	L'utilisation de produits dérivés	400
3.3.1	L'utilisation de contrats à terme (« futures »)	400
3.3.2	Couverture optionnelle	400
3.3.3	Couverture en « delta neutre »	401

CHAPITRE 16

Les méthodes classiques de gestion active 403

1. Les stratégies actives en actions 404

1.1 Le « Market Timing » 404

1.1.1 Les gains probables du market timing 405

1.1.2 Les techniques prévisionnelles 407

1.2 Le Dividend Discount Model 411

1.2.1 Mise en œuvre du DDM 412

1.2.2 L'hypothèse du retour à l'équilibre 416

2. Les stratégies actives en obligations 418

2.1 Utilisation d'anticipations sur la structure des taux 418

2.2 L'immunisation contingente 419

2.3 L'assurance de portefeuille 420

2.3.1 La règle d'allocation C.P.P.I 420

2.3.2 La règle T.I.P.P. 420

2.3.3 Les ordres « Stop loss » 421

2.4 Les swaps d'obligations 421

2.4.1 Swap motivé par une différence de taux de rendement 421

2.4.2 Swap motivé par l'attente d'une fluctuation de taux d'intérêt 422

2.4.3 Swap motivé par l'anticipation d'un élargissement du différentiel des taux entre obligations de qualités différentes 422

2.5 Le « dopage » ponctuel de la performance 422

2.5.1 Les prises de positions spéculatives 423

2.5.2 L'arbitrage 423

CHAPITRE 17

Les stratégies alternatives 425

1. L'amélioration d'un portefeuille par des actifs alternatifs 426

1.1 La portabilité des rendements anormaux 427

1.2 La recherche de bêtas alternatifs 429

1.3 L'enveloppement 431

1.3.1 La perte de diversification liée aux risques extrêmes 433

1.3.2 L'érosion de la diversification liée au lissage des rendements 437

2. L'utilisation alternative d'actifs traditionnels 438

2.1 Les programmes d'optimisation sophistiqués 438

2.2 Les programmes de gestion individualisée de portefeuille 441

2.2.1	La gestion des actifs et passifs de l'investisseur	441
2.2.2	La thérapie individuelle de portefeuille	444
2.3	Les méthodes d'allocation flexibles	446
2.3.1	Les portefeuilles « total return » dynamiques	447
2.3.2	Les portefeuilles à cycle de vie	448
3.	La quête du meilleur des deux mondes	449
3.1	Les comptes gérés	450
3.2	Les UCITS alternatifs	452

CHAPITRE 18

	L'analyse classique de la performance	453
1.	Les mesures globales de performance	454
1.1	Les mesures classiques de la performance	455
1.1.1	Le benchmark	455
1.1.2	La mesure de Sharpe (1966)	456
1.1.3	La mesure de Treynor (1965)	457
1.1.4	La mesure de Jensen (1968)	457
1.2	Des approches pragmatiques de mesure de la performance	459
1.2.1	L'Information Ratio et l'Information Alpha	459
1.2.2	Le M2 et les mesures de Graham et Harvey	462
1.2.3	Une méthode synthétique d'évaluation et de classement	464
1.3	Quelle mesure choisir ?	465
1.3.1	Le choix d'une mesure de performance en fonction de l'investisseur	465
1.3.2	Le choix d'une mesure de performance en fonction du gestionnaire	467
2.	La génération de la performance	467
2.1	La notion d' α predictor	467
2.2	Analyse de l'information : le calcul de l'IC	468
2.3	Analyse de l'information : les simulations de portefeuilles (backtests)	470
2.4	Degrés d'agressivité et λ « actif »	471
2.5	La « Loi » fondamentale de la gestion active (The Fundamental Law of Active Management)	472
3.	La décomposition de la performance	473
3.1	La décomposition de Fama [1972]	473

3.1.1	Évaluation de la sélectivité	474
3.1.2	Évaluation du « market timing »	475
3.2	L'attribution classique de performance	476

CHAPITRE 19

Les enjeux spécifiques de la performance

1. Les mesures alternatives de revenu par unité de risque	480
1.1 Les changements de la mesure du revenu	481
1.2 Les changements de la mesure du risque	482
1.2.1 Les moments partiels inférieurs	482
1.2.2 La valeur-au-risque (VaR)	483
1.2.3 La perte maximale (maximum drawdown)	484
1.3 Les ratios de gains sur pertes	484
1.3.1 Le ratio de Sortino	484
1.3.2 L'Oméga	485
1.3.3 Le ratio de Farinelli et Tibiletti	487
2. La performance adaptée aux modèles multi-facteurs	488
2.1 L'alpha	488
2.1.1 L'alpha conditionnel	489
2.1.2 L'alpha standardisé	489
2.2 La mesure de Treynor	490
3. La performance adaptée au market timing	491
3.1 Le modèle de Henriksson et Merton	491
3.2 Le modèle de Treynor et Mazuy	493
3.3 Le modèle de Weigel	497
4. La performance ajustée aux préférences de l'investisseur	498
4.1 La prise en compte de l'aversion au risque	498
4.1.1 L'alpha de Sharpe	498
4.1.2 L'indice d'Aftalion et Poncet	499
4.1.3 L'indice de Fouse	500
4.2 L'utilisation d'une fonction d'utilité particulière	500
4.2.1 La méthode Morningstar	501
4.2.2 L'approche de Grinblatt et Titman	502
4.2.3 L'alpha de Leland	502
5. La manipulation de la performance	503

5.1	L'illusionnisme de la performance	504
5.2	Les mesures imperméables aux manipulations	507
6.	<i>La persistance dans la performance</i>	509
6.1	La persistance relative	509
6.1.1	<i>Les méthodes paramétriques</i>	510
6.1.2	<i>Les méthodes non-paramétriques</i>	511
6.2	La persistance absolue	514
Bibliographie	519

La gestion de portefeuille

Cet ouvrage **complet et pédagogique**, destiné aussi bien **aux étudiants de Licence (Bac) et Maîtrise en Sciences économiques et de gestion qu'aux professionnels de la gestion de portefeuille et de l'asset management**, se positionne comme une **référence en matière d'analyse de la stratégie de gestion de portefeuille et de l'examen de la performance de cette gestion**.

Un soin particulier a été apporté dans la clarté et la mise en perspective critique de l'exposition des **bases de la théorie moderne de portefeuille et de l'efficience des marchés**, en précisant l'état de la science et de l'art en la matière. Ensuite, l'ouvrage passe en revue les **classes d'instruments financiers** susceptibles d'intégrer un portefeuille de valeurs mobilières, à savoir les actions, les titres à revenus fixes, les produits dérivés et les actifs alternatifs, avec leurs principes de valorisation et leurs propriétés dans le cadre de la gestion d'actifs.

Les **stratégies de gestion de portefeuille**, par classes homogènes ou dans une optique d'allocation d'actifs, font l'objet d'un examen minutieux. Cette analyse est complétée par une partie importante consacrée à l'**évaluation de la performance de portefeuille**, permettant d'établir un lien concret entre la mise en œuvre des principes de gestion et le contrôle de leur qualité.

Les **innovations récentes** en matière de stratégie et d'évaluation de la performance de portefeuille sont décrites avec **objectivité et sans complaisance**, mettant en exergue leurs avantages et faiblesses potentiels.

Comptabilité, contrôle & finance

L'objectif de cette collection est double :

- offrir une série de manuels d'enseignement supérieur couvrant l'ensemble des champs de la finance d'entreprise et de marchés :
 - comptabilité générale ou financière
 - comptabilité analytique et de gestion
 - analyse des états financiers et audit
 - contrôle de gestion
 - fiscalité...
- accueillir les chercheurs et les spécialistes dont les publications intéresseront les praticiens et les cadres d'entreprise.

PORTEF

ISBN 978-2-8041-9012-5

ISSN 1373-0150

www.deboeck.com

Robert COBBAUT

est professeur ordinaire émérite de l'Université catholique de Louvain où il a été président de l'École de gestion (IAG) et de la Faculté Ouverte de Politique Économique et Sociale (FOPES) et directeur de recherche au Centre de Philosophie du Droit. Il est administrateur honoraire de l'Association Belge des Analystes Financiers.

Il est l'auteur de nombreux articles et de plusieurs ouvrages en économie financière, théorie économique de l'organisation, épistémologie des sciences sociales et éthique économique et sociale.

Roland GILLET

est professeur de finance et directeur du master professionnel « Gestion financière et fiscalité » à la Sorbonne (Paris 1). Il est également professeur ordinaire à la Solvay Brussels School of Economics and Management (ULB), et est ou a été professeur et/ou chercheur invité dans diverses universités à travers le monde, notamment à Sherbrooke, à Fudan (Shanghai), ainsi qu'à Harvard et au MIT.

Il est l'auteur de plusieurs ouvrages et de nombreux articles scientifiques. Il est représentant académique dans les comités d'indices d'Euronext, et est expert au sein de différents groupes de réflexion au niveau international, ainsi que conseiller scientifique auprès de différentes institutions publiques et privées.

Georges HÜBNER (Ph. D., INSEAD)

est titulaire de la Chaire Deloitte de Gestion et Performance de Portefeuille à HEC Management School de l'Université de Liège. Il est également professeur associé à la Maastricht University et professeur affilié à l'EDHEC. Georges Hübner est l'auteur de plusieurs ouvrages et de plus de 60 articles scientifiques, et a obtenu le prestigieux Iddo Sarnat Award 2002 pour le meilleur article publié dans Journal of Banking and Finance en 2001.

Il est le co-fondateur et directeur scientifique de Gambit Financial Solutions, une société qui produit et commercialise des solutions logicielles sophistiquées dans les domaines du profilage d'investisseur, de l'optimisation de portefeuille et de la gestion des risques financiers.



<http://noto.deboeck.com> : la version numérique de votre ouvrage

- 24h/24, 7 jours/7
- Offline ou online, enregistrement synchronisé
- Sur PC et tablette
- Personnalisation et partage



9 782804 190125