

La théorie du consommateur

Introduction à la microéconomie

Ecole Polytechnique, 28 avril 2017

La démarche micro-économique est à la fois positive et normative :

- Approche positive ("ce qui est")
- Approche normative ("ce qu'il faudrait faire")

On s'intéresse alors à mettre en évidence les conséquences que certaines décisions auront sur le bien-être des individus (surplus) et sur le bien-être social (*welfare*).

La démarche micro-économique repose sur deux hypothèses fondamentales :

- 1 Le principe de rationalité
- 2 les échanges marchands entre agents économiques

Les objectifs et les moyens des agents concernent principalement la consommation et la production. L'objectif (consommation) et le moyen (production) ont des statuts différents.

Remarque : dans la théorie économique actuelle, le champ de l'économie est plus large que la consommation et la production (choix du conjoint (matching), économie de la famille, théorie du vote, théorie des organisations, ...).

L'analyse de la consommation

Comprendre l'impact des variations de prix ou de revenu sur les décisions des agents (consommateurs) \Rightarrow modification du bien-être.

- Comment se modifie la demande pour un bien quand son prix varie ?
- Qu'en est-il de la demande pour les autres biens ?
- Quelle variation de revenu permettrait de compenser la variation du prix ?
- Quelles sont les conséquences de cette variation de revenu sur les quantités achetées ?

Préférences des consommateurs

Le consommateur a à sa disposition différents biens et services, que l'on suppose en nombre fini n .

On appelle un panier de biens un vecteur $x = (x_1, \dots, x_n)$ de \mathbb{R}_+^n décrivant les quantités de biens détenues.

Soit X l'ensemble de consommation de l'agent = ensemble des paniers possibles, $X \subset \mathbb{R}_+^n$.

L'agent est représenté par une relation binaire de préférences \succsim à l'égard des paniers de consommation appartenant à X .

Hypothèse H1 : on suppose que quels que soient les paniers de biens x et y dans X ($x = (x_1, \dots, x_n)$, $y = (y_1, \dots, y_n)$), le consommateur est capable de dire :

- s'il préfère x à y ($x \succ y$),
- y à x ($y \succ x$),
- s'il est indifférent entre x et y ($x \sim y$).

Rappel : \succsim est un préordre complet ssi :

- \succsim est complet : soit $x \succsim y$, soit $y \succsim x$.
- \succsim est transitif : si $x \succsim y$ et $y \succsim z$ alors $x \succsim z$.
- \succsim est réflexif : $x \succsim x$.

Hypothèse H2 : on suppose que \succsim est un préordre complet continu.

Théorème (Debreu) :

Si la relation \succsim est un préordre complet continu, alors on peut représenter les préférences du consommateur par une fonction d'utilité U continue :

Fonction d'utilité

$$\begin{aligned}U &: X \rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow U(x)\end{aligned}$$

telle que

$$\forall x, y \in X^2 \quad x \succsim y \Leftrightarrow U(x) \geq U(y).$$

Propriété d'unicité : si U représente les préférences d'un agent, alors toute transformée de U par une fonction croissante représente les mêmes préférences.

Hypothèse H3 : Axiome de croissance et non saturation des préférences

$$\forall x, y \in X^2, x = (x_1, \dots, x_n), y = (y_1, \dots, y_n) \\ \forall i, x_i \geq y_i \quad \text{et} \quad \exists j \mid x_j > y_j \Rightarrow U(x) > U(y)$$

Cette hypothèse traduit l'effet de non-satiété et la substitution. La fonction $U(x)$ continue et dérivable permet d'obtenir un niveau d'utilité, de satisfaction, à partir d'un panier x et de définir une **courbe d'indifférence** ou d'iso-utilité.

On appelle courbe d'indifférence l'ensemble des paniers x tels que $U(x) = \bar{U}$. Représentation graphique possible pour $n = 2$.

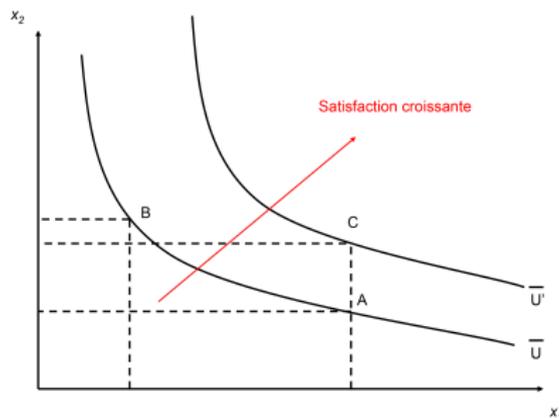


Figure – Les courbes d'indifférence

$\bar{U}' > \bar{U}$, donc pour les paniers A, B, C : $U(C) > U(A) = U(B)$ ou $C \succ A \sim B$.

Propriétés des courbes d'indifférence :

- Les CI sont décroissantes : substituabilité entre les biens.
- 2 CI de niveaux différents ne se coupent pas (transitivité).
- Les CI définissent une relation entre les quantités des biens x_1 et x_2 pour un niveau d'utilité donné : le **Taux Marginal de Substitution (TMS)**.

Le taux marginal de substitution du bien 2 au bien 1 (TMS_{x_1, x_2}) représente la quantité additionnelle de bien 2 dont l'agent doit disposer compenser la réduction d'une unité de bien 1 à niveau de satisfaction donné.

Le (TMS_{x_1, x_2}) est la pente de la CI en un point (notion locale). Le long d'une CI, l'utilité est constante :

$$\begin{aligned}U(x_1, x_2) &= \bar{U} \\ \Rightarrow dU &= 0 \\ \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 &= 0 \\ \Rightarrow -\frac{dx_2}{dx_1} &= \frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}} = TMS_{x_1, x_2}\end{aligned}$$

Hypothèse usuelle H4 : Convexité des préférences

⇔ TMS_{12} décroissant le long de la CI : un agent valorise d'autant moins le bien 1 par rapport au bien 2 qu'il possède déjà une quantité élevée de bien 1.

Conséquence de la convexité = préférence pour le mélange : un agent indifférent entre deux paniers de biens préfère toujours un mélange (une combinaison convexe) de ces 2 paniers.

Dans cette partie, on s'intéresse aux décisions des agents et à leur comportement.

Cadre d'analyse :

- Un consommateur, dont le profil de préférences est connu, est caractérisé par sa fonction d'utilité $U(x_1, \dots, x_n)$.
- Il existe n marchés sur lequel les n biens sont disponibles à des prix (p_1, \dots, p_n) fixés.
- Le consommateur prend les prix comme donnés et choisit d'acheter les biens qu'il souhaite, en payant grâce au revenu dont il dispose.

Contrainte budgétaire : Le consommateur dispose initialement d'un revenu R . Son choix de consommation est donc restreint aux biens qu'il a les moyens de s'acheter. Pour formaliser cette contrainte, on introduit les 2 hypothèses supplémentaires.

Hypothèse (Principe des marchés complets) : tous les biens sont échangés à des prix connus de tous.

Hypothèse (*Price-taker*) : les consommateurs prennent les prix comme des données.

Le consommateur est soumis à sa contrainte budgétaire :

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i \leq R$$

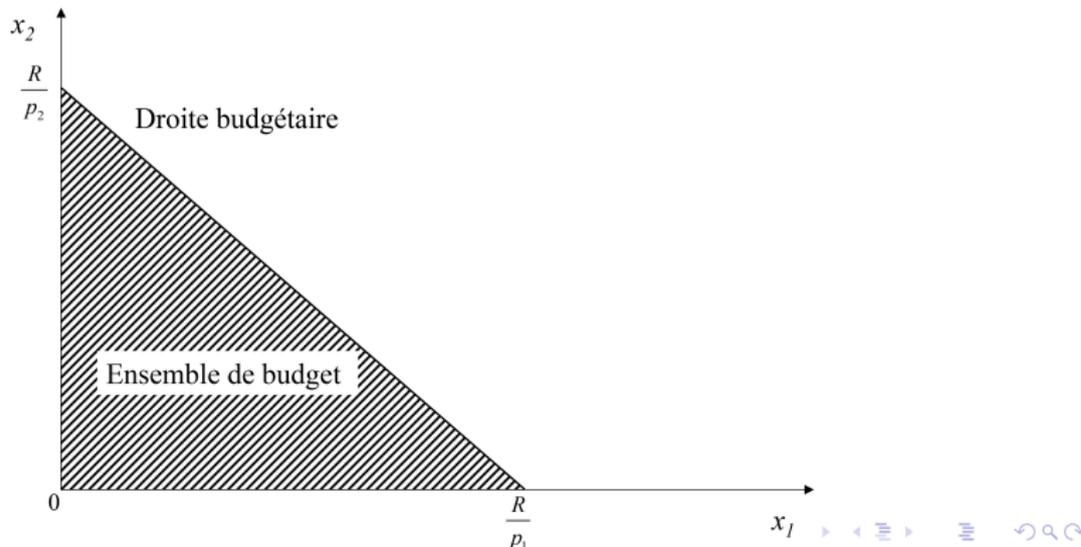
Définition (ensemble de budget) : l'ensemble de budget du consommateur est l'ensemble des paniers de biens qu'il peut acquérir en respectant sa contrainte budgétaire :

$$\left\{ (x_1, \dots, x_n) \in X \mid \sum_{i=1}^n p_i x_i \leq R \right\}$$

Représentation graphique

On se place dans le cas de deux biens : $n = 2$.

Définition (droite de budget) : la droite de budget du consommateur correspond à l'équation de la contrainte budgétaire saturée : $p_1x_1 + p_2x_2 = R$.



Remarques :

- La pente de la droite de budget donne le taux d'échange entre les 2 biens : $-\frac{p_1}{p_2}$.
- Si le prix d'un des 2 biens diminue, l'ensemble de budget augmente puisque le consommateur peut s'offrir des quantités plus grandes de biens.

Préférences et utilité du consommateur

Le consommateur choisit le panier de biens qui maximise son utilité sous la contrainte budgétaire et la contrainte physique. Il résout le programme suivant :

Programme du consommateur

$$\begin{array}{ll} \max_{(x_1, \dots, x_n)} & U(x_1, \dots, x_n) \\ \text{s.c.} & \begin{cases} \sum_{i=1}^n p_i x_i \leq R \\ \forall i \in \{1, \dots, n\}, x_i \in X \end{cases} \end{array}$$

Hypothèse : (H4)-Convexité des courbes d'indifférence, convexité des préférences).

Propriété : si U est strictement quasi-concave, le programme du consommateur admet une unique solution.

Demande Marshallienne

Définition (Demande Marshallienne) : cette solution est appelée demande marshallienne du consommateur, et on la note :

définition

$$x^D(p, R) = \begin{pmatrix} x_1^D(p, R) \\ x_2^D(p, R) \\ \dots \\ x_n^D(p, R) \end{pmatrix}$$

a) solutions intérieures

On résout le programme du consommateur par la méthode du Lagrangien :

$$\mathcal{L}(x_1, \dots, x_n) = U(x_1, \dots, x_n) - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n - R)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = 0 = \frac{\partial U}{\partial x_1} - \lambda p_1 \\ \dots \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_n} = 0 = \frac{\partial U}{\partial x_n} - \lambda p_n \\ p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n = R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{p_1} = \dots = \frac{\frac{\partial U}{\partial x_n}}{p_n} \\ p_1x_1 + \dots + p_nx_n = R \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \forall i \in 1, \dots, n, \forall j \in 1, \dots, n, i \neq j, & TMS_{ij} = \frac{\frac{\partial U}{\partial x_i}}{\frac{\partial U}{\partial x_j}} = \frac{p_i}{p_j} \\ p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n = R \end{cases}$$

Proposition : en chaque solution intérieure, pour chaque couple de biens, le consommateur égalise le rapport de ses utilités marginales au rapport des prix (TMS = rapport de prix).

b) solutions de bord

Si le consommateur a une demande nulle en bien i $x_i^D = 0$, il valorise le bien i moins que chacun des biens j qu'il consomme.

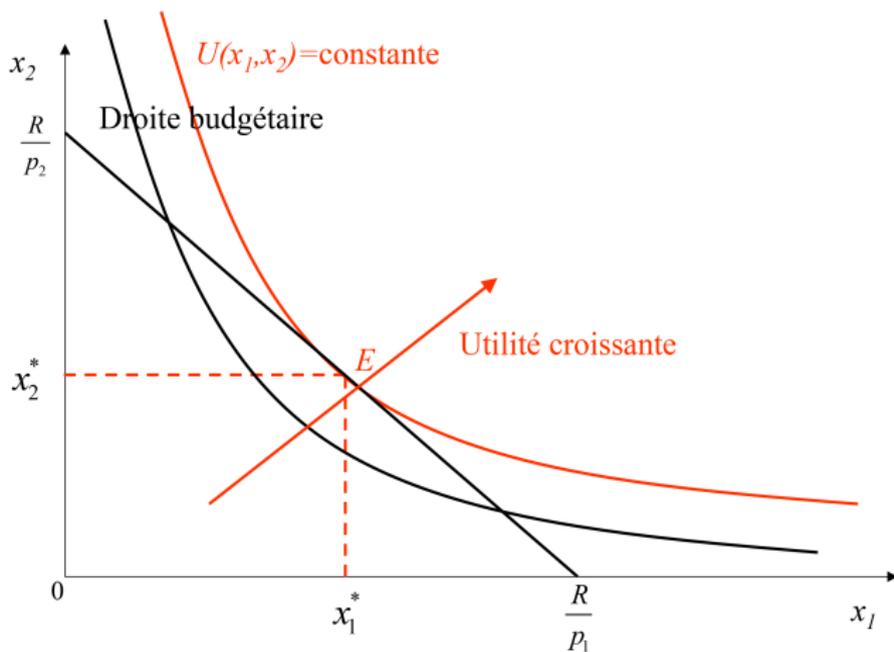
c) cas général

La fonction de demande marshallienne du consommateur est obtenue à partir des CNS suivantes :

$$\forall i \in 1, \dots, n, \forall j \in 1, \dots, n, i \neq j,$$
$$\text{si } x_i^D > 0 \text{ et } x_j^D > 0, \text{ alors } TMS_{ij} = \frac{U'_i}{U'_j} = \frac{p_i}{p_j}$$
$$\text{si } x_i^D = 0 \text{ et } x_j^D > 0, \text{ alors } TMS_{ij} = \frac{U'_i}{U'_j} \leq \frac{p_i}{p_j}$$

Interprétation : $\frac{p_i}{p_j}$ est la valeur relative du bien i par rapport au bien j pour le marché, et TMS_{ij} est la valeur relative du bien i par rapport au bien j pour le consommateur.

Représentation graphique du comportement du consommateur pour $n = 2$



Préférences et utilité du consommateur

Toute variation du revenu modifie la position de la droite de budget, mais sa pente reste inchangée : $-\frac{p_1}{p_2}$.

Plusieurs cas de figure peuvent se produire : lorsque le revenu augmente, la demande en un bien peut augmenter ou diminuer. On peut donc classer les biens selon la sensibilité de leur demande à une variation du revenu.

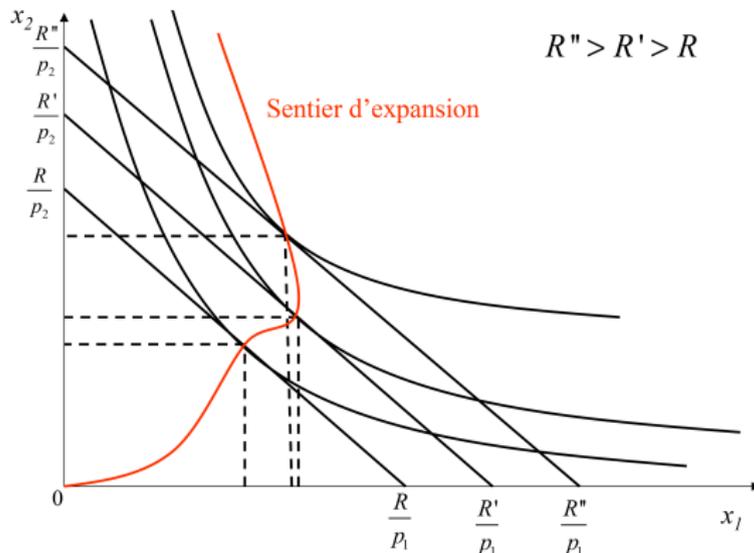
On utilise alors la notion d'élasticité de la demande. C'est un concept économique qui permet de mesurer le degré de sensibilité de la demande aux variations de prix (élasticité-prix) ou des revenus (élasticité-revenu).

Quels changements affectent les choix des consommateurs lorsque son revenu ou les prix varient ?

| Poste | 1993 | 2003 | Evolution |
|----------------|--------|--------|-----------|
| Alimentation | 15,8 | 14,6 | -7,6% |
| Alcools-Tabacs | 3,1 | 3,3 | +6,5% |
| Habillement | 6,4 | 4,6 | -28,1% |
| Logement | 23,4 | 24,4 | +4,3% |
| Meubles | 6,7 | 6,0 | -10,4% |
| Santé | 3,5 | 3,8 | +8,6% |
| Transport | 15,0 | 14,9 | -0,7% |
| Communication | 1,8 | 2,5 | +38,9% |
| Loisirs | 8,7 | 9,2 | +5,7% |
| Education | 0,6 | 0,6 | +0,0% |
| Restauration | 7,6 | 7,7 | +1,3% |
| Autres | 7,3 | 8,4 | +15,1% |
| Total | 100,00 | 100,00 | |

Représentation graphique : cas de deux biens

sentier d'expansion : on appelle sentier d'expansion (ou courbe de consommation-revenu), la courbe décrivant les différentes combinaisons de deux biens maximisant l'utilité lorsque le revenu du consommateur se modifie.



Définition (courbe d'Engel (1821-1896) - statisticien et économiste allemand.) : on appelle courbe d'Engel du bien i la courbe donnant la fonction $x_i^D(p, R)$ paramétrée en R .
La courbe d'Engel représente l'évolution de la consommation d'un bien en fonction du revenu, toutes choses égales par ailleurs.

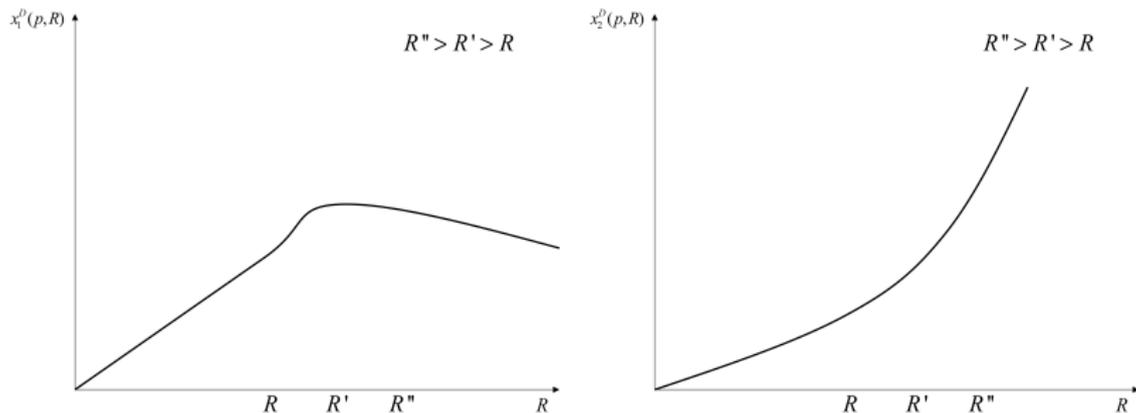


Figure – Courbes d'Engel

La forme de la courbe d'Engel dépend de l'élasticité-revenu de la demande.

Définition (élasticité-revenu de la demande) : L'élasticité de la demande par rapport au revenu est définie comme le rapport entre le pourcentage de variation de la demande d'un bien et le pourcentage de variation du revenu.

Engel a distingué plusieurs types de bien selon la variation de leur demande avec le revenu :

- les biens inférieurs : la demande marshallienne d'un consommateur en ce bien diminue quand son revenu augmente. Il s'agit de biens de mauvaise qualité auxquels les consommateurs préfèrent substituer de nouveaux biens lorsque leur revenu le permet. \Rightarrow Courbe d'Engel décroissante.
- les biens normaux : la demande marshallienne d'un consommateur en ce bien augmente quand son revenu augmente dans une proportion inférieure ou égale à 1 (moins que proportionnellement au revenu). On parle également de biens nécessaires.
 \Rightarrow Courbe d'Engel croissante et concave, soit $\frac{\partial^2 x_i^D}{\partial R^2} < 0$.

- les biens supérieurs ou biens de luxe : la demande d'un consommateur en ce bien augmente de façon plus rapide que son revenu.
⇒ Courbe d'Engel croissante et convexe, soit $\frac{\partial^2 x_i^D}{\partial R^2} > 0$).

Propriétés :

- bien inférieur $\Leftrightarrow \varepsilon_i^R < 0$;
- bien normal prioritaire $\Leftrightarrow 0 < \varepsilon_i^R < 1$;
- bien normal à coefficient budgétaire constant $\Leftrightarrow \varepsilon_i^R = 1$;
- bien normal de luxe $\Leftrightarrow \varepsilon_i^R > 1$.

- **Biens de luxe:**

- transport aérien: 5.82
- cinéma: 3.41
- voyages à l'étranger: 3.08
- électricité: 1.94
- repas au restaurant: 1.61
- Transport collectif local et train: 1.36
- Automobiles: 1.07

- **Biens prioritaires:**

- tabac: 0.86
- alcools: 0.62
- ameublement: 0.53
- habillement: 0.51
- journaux: 0.38
- téléphone: 0.32
- alimentation: 0.14

Figure – Quelques exemples d'élasticités-revenu aux USA

Effets Prix

Définition (Élasticité-prix directe) : L'élasticité-prix directe est définie comme le rapport entre le pourcentage de variation de la demande d'un bien et le pourcentage de variation du prix de ce bien.

Définition :

- Si la demande marshallienne du bien i est décroissante en p_i ($\frac{\partial x_i^D(p,R)}{\partial p_i} < 0$), le bien i est un bien typique.
- Si la demande marshallienne est croissante en p_i ($\frac{\partial x_i^D(p,R)}{\partial p_i} > 0$), on distingue deux types de bien :

- Un bien de Giffen (d'après Robert Giffen (1837 – 1910) , économiste irlandais) est un type de bien de première nécessité. Ex de Giffen : pommes de terre pendant la famine en Irlande en 1850.
Ex : le pain ; lorsque son prix augmente, la demande peut également augmenter pour ce bien et diminuer pour des biens de substitution plus coûteux (ex : la viande).
- Un bien de Veblen (d'après Thorstein Veblen, économiste et sociologue américain (1857 – 1929)) est un type de bien de luxe.
Ex : le parfum ; lorsqu'il n'est pas assez cher (c'est-à-dire que son prix ne reflète pas son positionnement haut de gamme) sa demande est faible (soit car la qualité perçue est inférieure, soit parce qu'il n'est plus un symbole de statut).

Propriétés :

- si $\varepsilon_{ij} \geq 0$, le bien i est un bien de Giffen ;
- si $\varepsilon_{ij} \in [-1, 0]$, le bien i est typique et la demande est faiblement élastique par rapport au prix ;
- si $\varepsilon_{ij} \leq -1$, le bien i est typique et la demande est fortement élastique par rapport au prix.

- **demande fortement élastique**

- équipement: 1.52
- électronique: 1.39
- ameublement: 1.26
- automobile: 1.14
- services: 1.09
- transports collectifs: 1.03

- **demande faiblement élastique**

- gaz, eau et électricité: 0.92
- produits chimiques: 0.89
- boissons: 0.78
- habillement: 0.64
- tabac: 0.61
- alimentation: 0.12
- pétrole: 0.05

Figure – Quelques exemples d'élasticités-prix aux USA

Définition (Élasticité-prix croisée) : L'élasticité-prix croisée se définit comme le rapport entre le pourcentage de variation de la demande d'un bien et le pourcentage de variation du prix d'un autre bien.

- **Biens substituables** : Une élasticité croisée positive signifie que l'augmentation du prix d'un bien entraîne l'augmentation de la demande d'un autre bien. Les deux biens sont donc substituables.
Ex : train et avion pour le trajet Paris-Lyon.
- **Biens complémentaires** : Une élasticité croisée négative signifie que l'augmentation du prix d'un bien entraîne la diminution de la demande d'un autre bien. Les deux biens sont alors dits complémentaires.
Ex : la baisse des prix des lecteurs DVD entraîne une augmentation de la demande de DVD.
- **Biens indépendants** : Une élasticité croisée nulle signifie que les deux biens sont indépendants.

Mais ATTENTION cette notion de substituabilité est plus subtile (c.f. effet substitution / effet revenu).

Effet de substitution et effet revenu

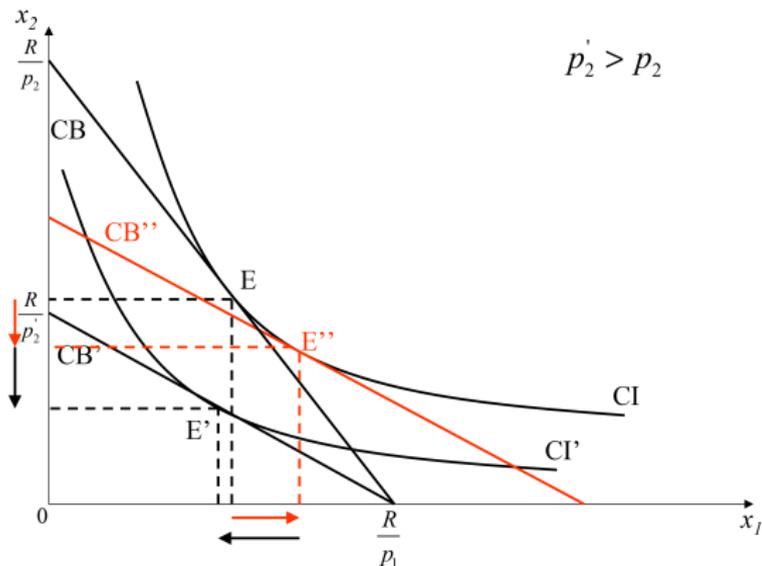
Qualitativement, lorsque le prix du bien j augmente, la demande en bien i évolue selon deux effets :

- un effet « revenu » : globalement, le pouvoir d'achat du consommateur diminue, le nouvel ensemble de budget est plus petit. A priori cet effet va conduire le consommateur à consommer moins globalement. Notons que cet effet est négatif si le bien i est normal.
- un effet « substitution » : les prix relatifs des deux biens évoluent, donc le consommateur va choisir de substituer un bien à l'autre. Le sens de l'effet substitution dépend de la substituabilité entre les biens.

Un bien de Giffen est lié au fait que l'effet revenu est supérieur à l'effet substitution.

Représentation graphique : 2 biens

Suite à l'augmentation du prix du bien 2, on observe que la demande de bien 1 diminue et que la demande de bien 2 diminue : passage de E à E'.



Décomposition :

- effet substitution : Pour déterminer la substituabilité entre les deux biens, il faut raisonner à utilité constante.
On met en évidence cet effet en faisant l'hypothèse d'une hausse du revenu compensatrice de la hausse de p_2 .
Passage de E à E' : la pente de la contrainte budgétaire a diminué (passage de CB à CB'), car le rapport des prix a changé. La hausse du prix du bien 2 rend la consommation de ce bien moins intéressante par rapport au bien 1. Donc $x_2 \searrow$ et $x_1 \nearrow$.
- effet revenu : comme la hausse du revenu n'était pas réelle, on diminue le revenu (CB'' parallèle à CB').
Passage de E' à E : la baisse du revenu entraîne une baisse des quantités consommées : $x_2 \searrow$ et $x_1 \searrow$.

L'effet global : $x_2 \searrow$ et $x_1 \searrow$. Il y a donc complémentarité brute entre les deux biens.

De manière générale, si les deux biens sont normaux :

| $p_2 \nearrow$ | Effet substitution | Effet revenu | Effet global |
|----------------|--------------------|--------------|--------------|
| x_1^D | + | - | ? |
| x_2^D | - | - | - |

Si le bien 1 est normal et le bien 2 inférieur :

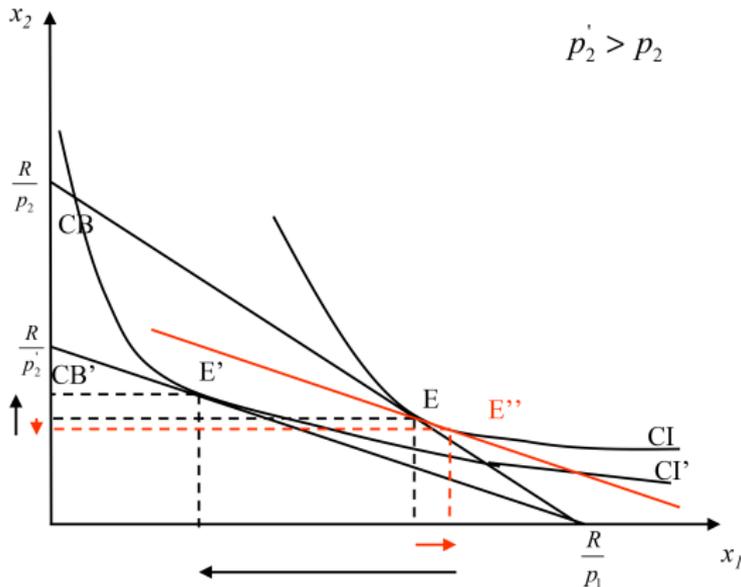


Figure – Bien 2 inférieur

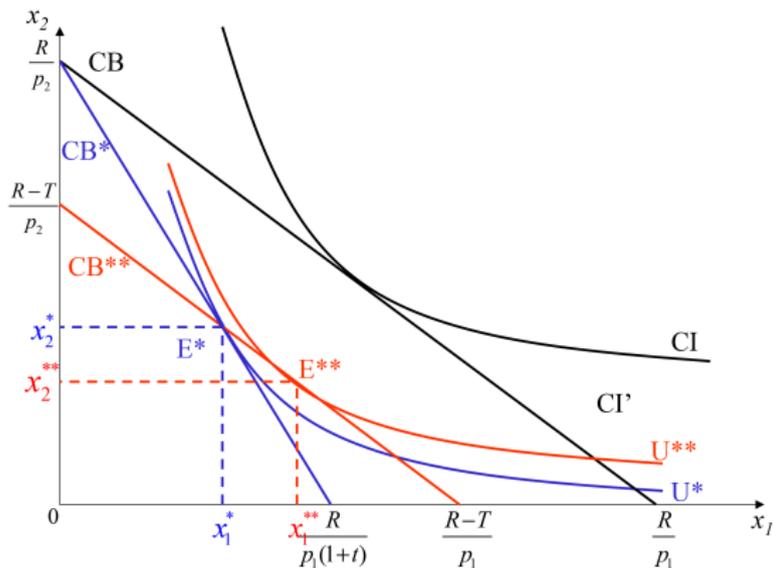
| $p_2 \nearrow$ | Effet substitution | Effet revenu | Effet global |
|----------------|--------------------|--------------|--------------|
| x_1^D | + | - | ? |
| x_2^D | - | + | ? |

Lorsque effet substitution $<$ effet revenu pour le bien 2, on obtient que le bien 2 est un bien de Giffen.

L'effet Giffen ne peut apparaître que si le bien est inférieur.

Application : Impôt direct ou indirect ?

$$U(x_1^{**}, x_2^{**}) > U(x_1^*, x_2^*)$$



Lorsque on impose un bien, on modifie les prix relatifs et la hausse du prix d'un bien entraîne un effet substitution entre les biens et un effet revenu. Avec un impôt sur le revenu, seul l'effet revenu apparaît.