

Les mécanismes d'enchère

Jean Magnan de Bornier

Table des matières

1	Une forme de marché très ancienne	1
2	Les formes d'enchère	2
2.1	Enchères d'acheteurs et enchères de vendeurs	2
2.2	Les types les plus classiques d'enchères	2
2.2.1	Les enchères "orales"	2
2.2.2	Les enchères écrites	3
2.2.3	Les enchères de biens multiples ou adjudications	4
2.3	Les caractères distinctifs des mécanismes d'enchère	4
3	Les stratégies des enchérisseurs	5
3.1	Stratégie lors d'une enchère anglaise	5
3.2	Stratégie lors d'une enchère écrite au deuxième prix	6
3.3	Stratégie lors d'une enchère hollandaise	6
3.4	Les appels d'offre au premier prix.	7

4 Le théorème de l'équivalence-revenu et les enchères optimales	7
4.1 Démonstration du théorème de l'équivalence-revenu	7
4.2 Les enchères optimales	9
5 La malédiction du vainqueur	9
6 La collusion dans les enchères	10

1 Une forme de marché très ancienne

HÉRODOTE, le plus ancien historien connu, écrit dans ses Enquêtes au IV^{ème} siècle avant J.C., à propos des Babyloniens :

Voici les lois en usage chez eux. La plus sage à mes yeux est la suivante, en vigueur également, me dit-on, chez les Énètes d'Illyrie : dans chaque bourgade, une fois par an, on procédait à la cérémonie que voici : toutes les filles arrivées à l'âge du mariage étaient réunies et conduites ensemble en un même lieu, et les hommes s'assemblaient autour d'elles. Un crieur public les faisait lever l'une après l'autre et les mettait en vente, en commençant par la plus belle ; celle-ci vendue pour une forte somme, il mettait aux enchères la seconde en beauté. Toutes étaient venues pour être épousées. Les Babyloniens d'âge à se marier qui étaient riches se disputaient aux enchères les plus belles ; les gens du peuple en âge de se marier qui, eux, ne tenaient pas à la beauté, recevaient au contraire une somme d'argent en prenant les filles les plus laides.

En effet, la vente des plus jolies terminée, le crieur faisait lever la plus laide et l'offrait à qui voulait l'épouser au prix le plus bas, pour l'adjudger enfin à l'acquéreur le moins exigeant. L'argent venait de la vente des jolies filles, qui mariaient ainsi les laides et les infirmes. Personne n'avait le droit de marier sa fille à son gré, ni d'emmener chez soi la fille achetée sans fournir de répondant [...] Si les mariés ne s'entendaient pas, la loi portait qu'on rendait l'argent.[Hérodote, 1964, page 132]

Dans l'antiquité latine comme au moyen-âge, de nombreux textes attestent de la fréquence des enchères ; à Rome l'empereur CALIGULA vend ses meubles aux enchères. Au XIVème siècle en France, les pouvoirs publics commencent à utiliser les enchères pour les marchés publics.

Les mécanismes d'enchère sont des *formes délibérées d'organisation des marchés*, des procédures de marché qui ont été adoptées et fonctionnent soit à l'initiative des pouvoirs publics, soit de manière totalement privée, avec ou sans réglementation publique.

2 Les formes d'enchère

2.1 Enchères d'acheteurs et enchères de vendeurs

Une enchère est typiquement un mécanisme par lequel un **agent unique** met en concurrence un nombre indéterminé, mais toujours supérieur à un et souvent élevé, d'**autres agents** en vue de leur vendre ou de leur acheter un bien, un service, ou un ensemble de biens et ou de services.

Quand l'agent unique est un vendeur et les autres agents des acheteurs potentiels, on parle d'enchère d'acheteurs, et le but du vendeur, en mettant les acheteurs en concurrence, est évidemment de vendre au prix le plus élevé possible. Ce type d'enchère est le plus courant.

Si c'est l'acheteur qui est seul, mettant en concurrence des fournisseurs potentiels, on est dans le cas d'une enchère de vendeurs, et l'objectif de l'agent unique est d'obtenir le prix le plus faible possible pour une prestation donnée. Cette catégorie d'enchères est utilisée en particulier par les États et leurs subdivisions (départements, communes, ...) pour acquérir des biens et services en provenance du secteur privé (marchés publics). mais un particulier qui met en concurrence plusieurs plombiers pour réaliser sa nouvelle salle de bains agit souvent aussi par enchères, même s'il ne le sait pas et s'il n'a pas défini à l'avance des règles strictes.

Il y a une symétrie évidente entre ces deux types d'enchères, et ce qu'on peut dire pour une des catégories se transpose facilement à l'autre.

2.2 Les types les plus classiques d'enchères

2.2.1 Les enchères "orales"

Les *enchères anglaises* sont les plus habituelles : les acheteurs potentiels (enchérisseurs) d'un bien sont réunis dans une salle et le commissaire-priseur qui exécute la vente annonce un premier prix ; les enchérisseurs peuvent annoncer un prix, qui devra à chaque fois être plus élevé que le prix précédent ; le prix proposé monte ainsi jusqu'à ce que plus personne ne surenchérisse. C'est alors celui qui a annoncé le dernier prix, c'est-à-dire le prix le plus élevé, qui devient

propriétaire du bien à ce prix (il devra en général acquitter aussi les frais de transaction, la rémunération du commissaire-priseur).

Deux mécanismes particuliers sont optionnels dans ce type de vente, mais souvent présents :

- Le vendeur peut indiquer dès le début de la vente au commissaire-priseur, qui le gardera secret, un **prix de réserve** : c'est le prix minimum que les enchères doivent atteindre ; si ce prix n'est pas atteint, le bien sera retiré de la vente. Le prix de réserve est évidemment plus élevé que le prix proposé au départ.
- Les conditions de la vente peuvent comprendre une surenchère fixe ou minimale ; la surenchère est la différence entre deux enchères successives. Quand elle est fixe, il suffit de lever le doigt ou de faire un signe de tête pour proposer une offre, puisque son montant ne dépend que de l'offre précédente.

Les *enchères hollandaises* se déroulent dans l'autre sens : on part d'un prix élevé, et il est diminué progressivement jusqu'à ce qu'un des acheteurs potentiels se manifeste : il emporte alors l'enchère au prix où il a arrêté le processus de baisse. Dans ce type d'enchères, il y a parfois quelqu'un qui annonce des prix décroissants, comme à Boston dans le magasin Filène où sont vendus, le samedi matin, des vêtements en solde ; mais la plupart du temps c'est un système automatique (mécanique ou électronique) qui donne à chaque instant un prix. Dans la plus célèbre des enchères hollandaises, celle qui leur vaut ce qualificatif, le marché aux fleurs d'Aalsmeer, c'est un cadran (*veiling*) qui remplit cet usage, avec une aiguille qui en se déplaçant indique le prix. Les enchérisseurs sont assis à des places numérotées qui comportent chacune un bouton relié au mécanisme du *veiling* ; dès que quelqu'un appuie sur son bouton, il est identifié comme l'acquéreur et l'aiguille s'arrête. Les marchés de poisson frais organisés

dans les ports français se déroulent aussi de cette manière, il en est encore ainsi du marché de la viande de porc et de beaucoup d'autres marchés où sont échangées des denrées périssables.

Ces deux enchères sont qualifiées d'orales parce que les acheteurs potentiels sont présents simultanément et que l'acquéreur est désigné immédiatement ; mais comme on le voit à la description des procédures d'enchère, la parole n'est souvent ni nécessaire ni suffisante pour acheter un bien aux enchères.

2.2.2 Les enchères écrites

Les enchères de vendeurs sont souvent écrites, et les enchères d'acheteurs le sont parfois. Dans cette procédure, les acheteurs (ou vendeurs) potentiels soumettent par écrit, dans une enveloppe cachetée, leur proposition dans un délai donné, et à l'expiration de ce délai toutes les enveloppes sont ouvertes ; le gagnant est celui qui a fait la meilleure proposition, celui qui offre le prix le plus élevé si c'est une enchère d'acheteurs, et celui qui offre le prix le plus bas si c'est une enchère de vendeurs. Les marchés publics sont généralement attribués suivant cette technique dite aussi *appel d'offres*.

Une enchère écrite peut être *au premier prix* ou *au second prix* ; dans le premier cas le vainqueur paye (respectivement reçoit dans une enchère de vendeurs) le prix qu'il a écrit dans son offre. Dans le second cas, il paiera (respectivement recevra dans une enchère de vendeurs) le second plus prix en ordre décroissant de toutes les propositions (respectivement en ordre croissant). Les enchères au second prix sont rares, mais on a pu observer cette procédure pour le marché aux timbres de Londres ; elles ont d'autre part des propriétés particulièrement intéressantes connues depuis les travaux de

Vickrey[Vickrey, 1961].

2.2.3 Les enchères de biens multiples ou adjudications

Il arrive que des biens en grande quantité soient vendus aux enchères ; dans ce cas il est rarement possible qu'un seul acheteur puisse obtenir tout le lot, et d'ailleurs il est parfois précisé qu'il doit obligatoirement y avoir plusieurs acquéreurs. Les émissions de titres financiers sont souvent réalisées de cette manière : bons du Trésor à court ou long terme, obligations diverses (publiques ou privées), parfois même actions.

Il y a deux types de procédures pour les adjudications multiples. Elles sont toutes deux écrites ; chaque acheteur propose une quantité et un prix. En ouvrant les propositions, on classe les acheteurs potentiels par prix décroissant, et on les sert dans cet ordre : le premier – qui a offert le plus fort prix – sera servi pour tout ce qu'il a demandé, puis le second en prix est servi s'il reste assez de marchandise et dans la limite du stock restant ; vient ensuite le troisième, etc. ...un des demandeurs sera le dernier servi, et il n'aura probablement pas la totalité de sa demande ; les suivants, qui ont offert des prix trop faibles, n'auront rien.

Les deux procédures se distinguent par le mécanisme de prix qui sera retenu :

- Dans l'enchère *concurrentielle*, tous les acheteurs paient le même prix, celui du dernier acquéreur : c'est le plus bas des prix proposés par les acheteurs du bien.
- Dans l'enchère *discriminatoire*, chacun des vainqueurs paie le prix qu'il a proposé, les prix sont donc différenciés.

2.3 Les caractères distinctifs des mécanismes d'enchère

On peut résumer cette brève description en précisant les *caractères distinctifs* des enchères :

1. La procédure de communication qui permet de distinguer entre enchères orales et enchères écrites ;
2. Le mécanisme d'enchère (par exemple montante ou descendante) : que doivent faire les agents qui veulent acquérir le bien ?
3. le mécanisme d'attribution : comment le (les) vainqueur(s) est-il (sont-ils) désigné(s) ?
4. La règle de paiement (premier prix ou deuxième prix ?)
5. Le caractère commun ou non de la valeur du bien est important : dans les enchères avec évaluations privées, chaque enchérisseur évalue le bien de manière individuelle, et cette évaluation est inconnue des autres enchérisseurs ; dans les enchères à valeur commune, la valeur du bien est la même pour tous, mais les enchérisseurs ont des informations privées différentes quant à cette valeur (par exemple pour un puits de pétrole mis aux enchères, les agents ont les mêmes informations techniques mais peuvent les interpréter différemment, en particulier ils peuvent en déduire des perspectives de profit différentes).
6. Les stratégies des agents constituent aussi une caractéristique des mécanismes d'enchère, mais elles ne sont évidemment pas décidées en tant que règles de l'enchère, elles dépendent plutôt de ces règles et de la manière dont les acheteurs (ou vendeurs)

potentiels réagissent aux règles qui leur sont proposées pour l'enchère : elles sont endogènes.

3 Les stratégies des enchérisseurs

Afin d'analyser les stratégies des différents agents lors d'une enchère, il importe de préciser quelques concepts (ici enchère d'acheteurs – ne pas oublier que l'enchère de vendeurs est symétrique) :

- La *valeur* du bien pour l'agent i est le prix maximum qu'il est prêt à dépenser pour acquérir le bien ; elle sera notée v_i . Le vendeur a lui aussi une estimation du bien (v_s) qui est le prix minimum qu'il doit recevoir pour ne pas retirer le bien de la vente – c'est-à-dire son prix de réserve si celui-ci est fixé sans biais stratégique.
- La *prix* p est simplement le prix que paye l'acheteur et que reçoit le vendeur ; mais généralement ces deux prix ne sont pas identiques quand il y a des coûts d'organisation à payer, par exemple les rétributions du commissaire-priseur ; on peut alors distinguer prix de vente p_v et prix d'achat p_a .
- Le *surplus* d'un agent est la différence entre ce qu'il paye (reçoit pour le vendeur) et la valeur qu'il attribue au bien. Le surplus de l'acheteur i est $s_i = v_i - p_a$, celui du vendeur est $s_s = p_v - v_s$.

Il semble normal de considérer que chaque agent, tous les acheteurs potentiels réunis lors d'une enchère, ainsi que le vendeur, cherche à maximiser son surplus.

3.1 Stratégie lors d'une enchère anglaise

Soit lors d'une enchère montante, p_0 le premier prix annoncé par le commissaire-priseur ; à l'instant t , l'acheteur j a annoncé une enchère b_{jt} ; en $t + 1$, un autre acheteur potentiel h peut annoncer $b_{h,t+1} = b_{jt} + \epsilon$ (on suppose que ϵ est la surenchère minimale). Dans quelles conditions fera-t-il cette annonce ?

1. S'il attribue au bien une valeur supérieure ou égale à l'enchère minimale qu'il doit faire ($v_h \geq b_{jt} + \epsilon$), il serait absurde de ne pas enchérir ; bien évidemment, il peut y avoir plusieurs acheteurs dans ce cas, et un seul d'entre eux annoncera effectivement $b_{jt} + \epsilon$. Tous les autres restent dans la course, même s'ils ne se sont pas manifestés. Ils pourront ensuite surenchérir, si le nouveau prix minimal pour enchérir remplit encore cette condition, de n'être pas supérieur à leur valeur.
2. Si la valeur attribuée au bien est inférieure à l'enchère minimale $b_{jt} + \epsilon$, le fait de devenir acquéreur implique un surplus négatif, et il serait absurde alors d'enchérir, puisqu'on risquerait de gagner la vente.

Ces considérations simples amènent à affirmer que la meilleure stratégie d'un acheteur i , dans une enchère anglaise, est de surenchérir tant que l'inégalité $v_i < b_{jt} + \epsilon$ n'est pas réalisée, puis de cesser si elle se réalise ; de cette manière, l'agent i aura révélé la valeur qu'il attribue au bien. La meilleure stratégie est donc de *révéler* son évaluation, c'est-à-dire de quitter l'enchère quand son évaluation est dépassée par le montant de l'enchère. Si tous les agents adoptent une stratégie rationnelle de ce type, il est clair que **le vainqueur sera celui qui a la plus forte évaluation du bien.**

Celui qui gagne une enchère anglaise n'a pas en revanche totalement révélé ses propres préférences. En effet, si le vainqueur est h et si l'avant-dernier enchérisseur est i , le prix final $p = b_{hT}$ est tel que $b_{iT-1} \leq v_i < p \leq v_h$. Cette expression implique que le prix final est proche de v_i (suivant la valeur de la surenchère minimale ϵ), mais ne livre aucune information quant à l'évaluation du vainqueur. *Le prix payé dans une enchère anglaise est généralement très proche de la seconde évaluation par ordre décroissant.* Le vainqueur ne paye donc pas le bien à la valeur qu'il lui attribue, mais à celle attribuée par le dernier à avoir quitté l'enchère ; c'est pourquoi on dit souvent que c'est une enchère au deuxième prix.

3.2 Stratégie lors d'une enchère écrite au deuxième prix

Dans les enchères écrites, chaque enchérisseur i ne fait qu'une proposition, b_i , mais il est facile de voir que le raisonnement concernant l'enchère anglaise s'applique entièrement au cas de ces enchères ; en effet, révéler sa vraie valeur ($b_i = v_i$) est la seule stratégie rationnelle, car :

- $v_i > b_i$ implique qu'on pourrait perdre le bien en étant celui qui lui accorde le plus de valeur, ce qui serait absurde.
- $v_i < b_i$ signifie que si l'on gagne on réalise un surplus négatif.

Ici, comme dans l'enchère anglaise, les enchérisseurs ont donc tout intérêt à proposer comme prix leur évaluation. La raison de cette stratégie de révélation est que le surplus ne dépend pas de leur offre, puisque le prix payé sera la seconde évaluation. Dans les enchères au deuxième prix, le surplus réalisé est toujours égal à – ou proche

de – la différence entre les deux plus fortes évaluations et ne peut faire l'objet d'aucune manipulation. Les stratégies des agents doivent se limiter à essayer de gagner s'ils ont la meilleure évaluation. C'est aussi pourquoi on dit que ces deux types d'enchère (anglaise et écrite au deuxième prix) sont *non-manipulables*.

3.3 Stratégie lors d'une enchère hollandaise

Dans une enchère hollandaise au contraire des cas précédents, le surplus du vainqueur dépend de l'offre qu'il a faite, puisque c'est ce qu'il paie (enchère au premier prix). Il a ainsi à offrir moins que son évaluation pour réaliser un surplus. Cela signifie que dans l'enchère descendante, chaque candidat doit laisser passer son évaluation et laisser le prix descendre encore un peu avant d'appuyer sur le bouton ; mais en faisant cela il risque, même si son évaluation est la plus forte, de perdre l'enchère car quelqu'un d'autre peut appuyer. Il y a donc ces deux éléments contradictoires :

1. Le surplus ;
2. Le risque de perdre l'enchère.

En laissant baisser le prix, on augmente l'un mais aussi l'autre ; la stratégie des enchérisseurs doit être un moyen de tenir compte de cette relation. Il est possible de déterminer une stratégie si le risque peut être évalué dans la même unité que le surplus, l'unité monétaire. Dans ces conditions, on peut formuler la stratégie optimale de l'enchérisseur en disant qu'il doit *réduire son offre - relativement à son évaluation - tant que le gain marginal en surplus résultant de cette réduction est supérieur à la mesure monétaire du risque de perdre l'enchère à la*

suite de cette réduction. Quand ces deux valeurs sont égales l'offre optimale est trouvée.

Le risque de perdre l'enchère dépend évidemment des évaluations des concurrents, et on suppose donc, pour formuler cette théorie, que ces évaluations peuvent être connues, non pas de manière certaine, mais *en probabilité*. On peut imaginer, par exemple, le cas simplifié d'un enchérisseur i qui pense que s'il est celui ayant la plus forte évaluation v_i sur un ensemble de N enchérisseurs, les autres évaluations sont réparties aléatoirement sur l'intervalle $[0, v_i]$. Il anticipe alors le niveau de l'évaluation juste inférieure à la sienne comme étant $v_i \frac{N-1}{N}$, et en supposant que celui qui fait cette évaluation fera une offre inférieure à son évaluation, pour réaliser un surplus, il offrira pour sa part :

$$b_i = v_i \frac{N-1}{N}$$

[Vickrey, 1961, page 16]

Ce n'est là qu'un modèle élémentaire, et le comportement des enchérisseurs peut faire l'objet de modélisations beaucoup plus sophistiquées, selon les hypothèses concernant ce que croit chacun sur la stratégie des autres enchérisseurs. Mais cet exemple indique l'essence du problème, et montre en même temps que l'enchère de ce type est un jeu stratégique : la stratégie de chaque agent dépend de ce qu'il croit être les stratégies de tous les autres. L'équilibre du jeu, quand on exclut la coopération entre les agents, sera un équilibre de Nash.

3.4 Les appels d'offre au premier prix.

Dans l'enchère écrite au premier prix, le problème en termes d'information et de stratégie est exactement le même que pour l'enchère hollandaise ; les conclusions sont donc elles aussi identiques.

Les enchères hollandaises, les appels d'offre au premier prix, ainsi que les adjudications discriminatoires constitue un groupe d'enchères isomorphes, c'est-à-dire qu'elles ont un type de stratégie commun, qui est ce qu'on vient de décrire ; on dit qu'elles sont *manipulables*, parce que les enchérisseurs doivent faire des enchères différentes de leur évaluation.

L'autre groupe d'enchères isomorphes comprend l'enchère anglaise, l'appel d'offre au second prix et l'adjudication concurrentielle ; elles sont *non-manipulables*, les enchérisseurs ont tout intérêt à annoncer leur vraie évaluation.

4 Le théorème de l'équivalence-revenu et les enchères optimales

On trouve le théorème de l'équivalence-revenu dès la première étude analytique des enchères ([Vickrey, 1961]). Il s'énonce ainsi :

Toutes les procédures d'enchère dans lesquelles le vainqueur est celui qui annonce le plus fort prix et dans lesquelles ceux qui ne gagnent pas réalisent le même surplus – en général un surplus nul – aboutissent au même prix, c'est-à-dire au même revenu pour le vendeur, à condition que les enchérisseurs soient neutres par rapport au risque (utilité du revenu linéaire).

Dans la section précédente, on a vu que la stratégie optimale de

chaque enchérisseur d'une enchère descendante consiste à offrir l'évaluation située juste après la sienne (telle qu'il la devine). C'est le "second prix" qui est offert et qui sera payé, et dans l'enchère montante le second prix sera aussi celui qui est payé, même s'il n'entre pas dans la stratégie des enchérisseurs. Le résultat final serait donc identique, malgré des formes d'organisation fort différentes.

4.1 Démonstration du théorème de l'équivalence-revenu

On peut donner une démonstration plus sophistiquée de ce théorème ¹.

N agents sont en concurrence pour acheter un bien ; leurs évaluations (indépendantes) sont notées $(v_1, \dots, v_i, \dots, v_n)$ et sont tirées d'une distribution aléatoire $F(v)$ définie sur $[\underline{v}, \bar{v}]$; on aura ainsi

$F(\underline{v}) = 0$ et $F(\bar{v}) = 1$. $F(v_i)$ est la probabilité pour le vendeur ou un acheteur autre que i que l'évaluation de l'acheteur i soit au moins égale à v_i . Dire que les évaluations sont tirées d'une distribution aléatoire signifie que chaque agent ignore les évaluations des autres mais peut leur assigner une loi de probabilité. Tous les agents connaissent cette distribution et savent que les autres la connaissent et savent que les autres savent qu'ils la connaissent, . . .etc. Cela signifie que cette distribution est *connaissance commune*. Ces agents sont neutres par rapport au risque, c'est-à-dire que pour eux, une loterie consistant à tirer au sort entre un revenu R_1 avec la probabilité a et un revenu R_2 avec la probabilité $(1 - a)$ apporte la même utilité que le revenu

¹La démonstration est largement inspirée de celle donnée dans [Klemperer, 1999, page 24-26].

espéré $aR_1 + (1 - a)R_2$.

Imaginons un mécanisme d'allocation du bien entre les N enchérisseurs, et soit $S_i(v_i)$ le surplus de l'enchérisseur i , en fonction évidemment de son "type" (ou évaluation) v_i . Si $P_i(v_i)$ est la probabilité que i gagne l'enchère, on peut écrire son surplus anticipé comme :

$$S_i(v_i) = v_i P_i(v_i) - E$$

où E est le paiement que doit effectuer le gagnant. Il est alors possible d'écrire :

$$S_i(v_i) \geq S_i(v_i + dv) + (v_i - (v_i + dv))P_i(v_i + dv)$$

Dans cette inégalité, le côté droit désigne le surplus que l'enchérisseur i obtiendrait, en ayant le type v_i mais en adoptant la stratégie d'un enchérisseur de type $v_i + dv$. En faisant exactement comme un enchérisseur de type $v_i + dv$, i gagne avec la même probabilité que les agents de type $v_i + dv$, et fait les mêmes paiements. Il gagne donc le même surplus que les agents de type $v_i + dv$ ($S(v_i + dv)$), sauf qu'il n'évalue pas l'objet aux enchères de la même manière que ces derniers. La différence d'évaluation est $(v_i - (v_i + dv)) = -dv$, et i obtient en tenant compte de la probabilité de gagner quand on adopte la stratégie des agents de type $v_i + dv$, une valeur égale à $(v_i - (v_i + dv))P_i(v_i + dv) = -dvP_i(v_i + dv)$ comme surplus supplémentaire relativement à son surplus d'équilibre. Comme le surplus d'équilibre est le meilleur qu'il peut obtenir, le surplus de droite ne peut lui être supérieur, ce qui explique le signe de l'inégalité.

On peut donc écrire que :

$$S_i(v_i) \geq S_i(v_i + dv) + (-dv)P_i(v_i + dv)$$

Et on doit avoir, symétriquement, parce que les agents de type $v_i + dv$ ne veulent pas adopter le comportement des agents de type v_i ,

$$S_i(v_i + dv) \geq S_i(v_i) + (dv)P_i(v_i)$$

En manipulant les deux dernières inéquations, on obtient :

$$P_i(v_i + dv) \geq \frac{S_i(v_i + dv) - S_i(v_i)}{dv} \geq P_i(v)$$

En faisant tendre dv vers 0, on obtient $\frac{dS_i}{dv} = P_i(v)$, et cette équation peut être intégrée pour donner finalement :

$$S_i(v) = S_i(\underline{v}) + \int_{x=\underline{v}}^v P_i(x)dx$$

Ces deux dernières formules signifient que la pente de la fonction de surplus est $P_i(v)$ et cette fonction est évidemment indépendante du mécanisme d'enchère adopté. Quand $S_i(\underline{v})$ est donné, on peut en déduire toute la fonction de surplus, sans s'occuper du mécanisme d'enchère. La fonction de surplus permet de déduire le paiement, puisque le surplus est l'évaluation du vainqueur (qui n'est pas influencée par le choix du mécanisme d'enchère) moins le paiement (revenu du vendeur). Cela prouve que le revenu du vendeur est indépendant du mécanisme d'enchère, dès lors que le surplus de ceux qui font l'évaluation la plus faible $S_i(\underline{v})$ est lui-même indépendant du mécanisme d'enchère – normalement ce surplus est nul évidemment, ces agents ne gagneront pas l'enchère et le surplus est nul si on ne gagne pas.

Quand les enchérisseurs ne sont pas neutres face au risque, cette équivalence ne peut évidemment pas être maintenue : le risque est présent dans les seules enchères manipulables, et une attitude non-neutre face au risque modifie le comportement des ces enchères et pas des autres. Quand il y a aversion pour le risque chez les enchérisseurs, les modèles théoriques prédisent majoritairement que le prix sera plus élevé avec les enchères manipulables, et c'est très naturel puisque l'aversion pour le risque élève à chaque instant l'évaluation du risque de perdre l'enchère ; cette évaluation, dans un processus descendant, est donc plus rapidement au niveau du surplus marginal que dans le cas de neutralité pour le risque.

4.2 Les enchères optimales

La théorie des enchères optimales pose la question de savoir quel processus d'enchère doit choisir un vendeur qui veut tirer le plus grand surplus de son bien. Le théorème de l'équivalence-revenu est évidemment une première réponse à cette question, puisqu'il indique que le revenu sera le même dans tous les mécanismes. La théorie des enchères optimales a été dans les années 1980-90 un champ de recherche qui a permis de solidifier et de reformuler la démonstration de ce théorème, en utilisant le formalisme des jeux bayésiens ([Myerson, 1981], [Riley and Samuelson, 1981], [Maskin and Riley, 1984], [Bulow and Roberts, 1989]).

Ces travaux très complexes montrent qu'une variable importante du problème de l'enchère optimale est le *prix de réserve* que le vendeur peut fixer comme il l'entend ; dans de nombreux modèles, l'enchère est optimale à condition que le prix de réserve soit supérieur à l'évaluation du vendeur, ce qui est un résultat assez paradoxal.

5 La malédiction du vainqueur

Les enchères à valeur commune se définissent par le fait que le bien aux enchères a une valeur objective, mais sur laquelle les enchérisseurs n'ont pas nécessairement tous les mêmes informations. Quand les enchérisseurs sont des professionnels (marchands de tableaux, grossistes en fleurs, viande, etc.), il est normal de supposer que leurs préférences n'ont pas d'influence sur l'évaluation qu'ils font du bien : c'est leur connaissance du marché en cause qui détermine cette évaluation, et le marché est le même pour tous. Mais les évaluations peuvent diverger parce que certains peuvent avoir des informations que les autres n'ont pas. D'où la possibilité d'enchères (si les évaluations étaient toutes identiques aucune enchère ne serait nécessaire).

Dans ces circonstances, on considère généralement que le mécanisme d'enchères montantes permet d'une certaine manière aux enchérisseurs d'acquérir des informations supplémentaires, dans la mesure où ils peuvent observer les offres de leurs concurrents, et où ils savent que leurs concurrents peuvent disposer d'informations qu'ils n'ont pas ; les enchères ne révèlent pas ces informations, mais donnent des indications sur les évaluations des concurrents.

Dans les modèles à valeur commune, le théorème de l'équivalence-revenu n'est plus vrai, même en cas de neutralité par rapport au risque. Les modèles théoriques indiquent que le revenu (prix du bien) est plus élevé dans les enchères anglaises que dans un appel d'offre au deuxième prix, et il est plus élevé dans ce cas que dans les appels d'offre au premier prix et dans les enchères hollandaises.

Dans les enchères correspondant à l'hypothèse de valeur commune, un phénomène souvent constaté est celui de la *malédiction du*

vainqueur. Celui qui a gagné l'enchère découvre alors, plus ou moins rapidement, qu'il a payé un prix trop élevé. L'exemple des puits de pétrole du Golfe du Mexique, qui sont attribués par enchères montantes, est le plus classique. L'explication définitive de ce phénomène n'est pas totalement établie ; deux grandes approches sont en lice : une approche "objective", selon laquelle les enchères montantes aboutissent à attribuer le bien à un prix qui est au-dessus de sa valeur réelle (rentabilité très faible des puits de pétrole) ; et une approche "subjective", selon laquelle la malediction ne serait qu'une frustration du vainqueur qui s'aperçoit qu'il aurait pu réaliser un surplus supérieur en offrant légèrement moins, et surtout doute de son évaluation, puisque tous ses concurrents ont proposé une évaluation plus faible.

6 La collusion dans les enchères

Les mécanismes d'enchères, tels qu'on les a vus jusqu'à présent, reposent sur le fait que les différentes évaluations individuelles sont des informations privées, c'est-à-dire que chaque agent impliqué dans une enchère ne connaît que sa propre évaluation, et ne doit pas la communiquer aux autres.

Pourtant, une telle communication peut se révéler intéressante, parce qu'elle permettrait aux agents qui communiquent entre eux, de réaliser un surplus plus grand aux dépens d'un autre agent. Prenons deux exemples simples de collusion entre agents : collusion entre deux acheteurs, collusion entre un acheteur et un vendeur.

- Dans le premier cas, imaginons deux acheteurs potentiels connaissant leurs évaluations respectives, v_i, v_j , avec $v_i > v_j$. Chacun des deux sait donc que i va remporter l'enchère, et j obtient

de ce fait un certain pouvoir de négociation vis-à-vis de son concurrent : il peut en effet le menacer de monter les enchères au-delà de sa propre évaluation v_j , ce qui diminuera le surplus du vainqueur ; il peut aussi lui offrir de renoncer à enchérir jusqu'à sa propre évaluation, ce qui augmenterait le surplus du vainqueur : si j sort de l'enchère au niveau $b_{it} < v_j - \epsilon$, il permet à i de réaliser un surplus additionnel. Toute variation du surplus du vainqueur qui serait ainsi provoquée a évidemment comme contrepartie une variation égale et de signe contraire du surplus du vendeur. En supposant que les deux acheteurs se sont mis d'accord pour une diminution du prix, c'est-à-dire un accroissement du surplus de l'acheteur, ce dernier pourra rétribuer son complice en lui reversant une partie du gain réalisé sur le dos du vendeur.

- Le deuxième cas, symétrique, est celui où l'acheteur potentiel bien informé collabore avec le vendeur. Il s'engagera vis-à-vis de ce dernier à surenchérir *au-delà de sa propre évaluation*, mais bien sûr pas plus loin que l'évaluation du vainqueur, et cela permettra au vendeur de s'approprier tout le surplus, qu'il partagera alors avec le tricheur, aux dépens du vainqueur de l'enchère.

Dans ces deux cas les résultats de l'enchère auront été biaisés de manière déloyale, mais les conséquences de cette déloyauté sont exclusivement distributives, elles ne modifient que la répartition du surplus et pas l'attribution du bien (pas de conséquences allocatives).

Mais il peut arriver que des manœuvres collusives modifient aussi l'allocation des ressources – c'est-à-dire la désignation du vainqueur. C'est souvent le cas dans les marchés publics : quand un nombre donné de firmes sont les candidats habituels des appels d'offre, par

exemple en matière de travaux publics, dans un département donné, ces firmes peuvent décider d'établir entre elles un *tour de rôle*. Pour chaque appel d'offre – sachant qu'il y en a un assez grand nombre chaque année – une firme est désignée par avance comme étant le vainqueur. Cette firme communiquera son prix à ses "concurrents" avant de l'envoyer, et les concurrents pourront faire des offres à prix supérieur, ce qui assure que le vainqueur désigné sera le "moins disant" ; à l'appel d'offre suivant, un autre vainqueur sera désigné, et ainsi de suite. Les cas avérés de collusion sous cette forme sont très nombreux, même si tous ne peuvent être identifiés.

De tels comportements sont évidemment contraires à l'efficacité économique, puisqu'ils n'aboutissent pas à choisir la firme la plus efficace, n'incitent pas les firmes à chercher la production à faible coût, et maintiennent probablement en vie des firmes que les mécanismes concurrentiels devraient éliminer.

Il faut aussi signaler un autre inconvénient des distorsions de concurrence dans les marchés publics : l'incitation qu'elles fournissent à la corruption des milieux politiques et administratifs.

Références

- [Bulow and Roberts, 1989] Bulow, J. and Roberts, J. (1989). The Simple Economics of Optimal Auctions. *Journal of Political Economy*.
- [Hérodote, 1964] Hérodote (1964). *l'Enquête*. Gallimard (La Pléiade).
- [Klemperer, 1999] Klemperer, P. (1999). Auction theory : a guide to the literature. *Journal of Economic Surveys*.

- [Maskin and Riley, 1984] Maskin, E. and Riley, J. (1984). Optimal Auctions with Risk Averse Buyers. *Econometrica*.
- [Myerson, 1981] Myerson, R. B. (1981). Optimal Auction Design. *Mathematics of Operations Research*.
- [Naegelen, 1988] Naegelen, F. (1988). *Les mécanismes d'enchères*. Economica.
- [Riley and Samuelson, 1981] Riley, J. G. and Samuelson, W. F. (1981). Optimal Auctions. *American Economic Review*.
- [Vickrey, 1961] Vickrey, W. (1961). Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders. *Journal of Finance*.