

METHODES QUANTITATIVES DE GESTION

Bertrand Mareschal

bmaresc@ulb.ac.be

<http://homepages.ulb.ac.be/~bmaresc/mqg.htm>

2012/2013

1



2012/2013

2

Plan du cours

1. Introduction
 - Historique, modélisation
2. Quelques problèmes de la théorie des graphes
 - Définitions, terminologie
 - Arbre partiel minimum, Coloration
 - Chemins les plus courts et les plus longs
3. Problèmes d'ordonnancement
 - Méthode du chemin critique
 - Contraintes cumulatives
 - Méthode PERT
4. Aide multicritère à la décision

2012/2013

3

1. Introduction

- Contexte
- Historique
- Prise de décision
- Aide à la décision
- Modélisation
- Principaux outils
- Exemples d'applications

2012/2013

4

Contexte

- Augmentation de la taille et de la complexité des organisations.
- Division du travail, spécialisation, décentralisation des responsabilités et de la gestion.
- Nouveaux problèmes liés à la spécialisation :
 - Plus grande autonomie des départements au sein des organisations,
 - Manque de coordination,
 - Objectifs conflictuels,
 - Difficulté d'allouer des ressources limitées aux départements d'une façon globalement optimale.

2012/2013

5



2012/2013

6



2012

7

Historique

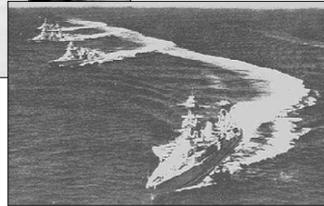
2ème guerre mondiale

- Allocation de ressources limitées aux opérations militaires.
- Idée : approche scientifique (UK - USA).
- “Research on Operations” par des équipes multidisciplinaires de scientifiques (Cf. “Blackett’s Circus”, UK).
- Grand succès : amélioration de l’efficacité des opérations militaires complexes
 - déploiement des radars en Angleterre,
 - détermination de la taille des convois,
 - logistique ...

2012/2013

8

Protection des convois



2012/2013

11



2012/2013

12

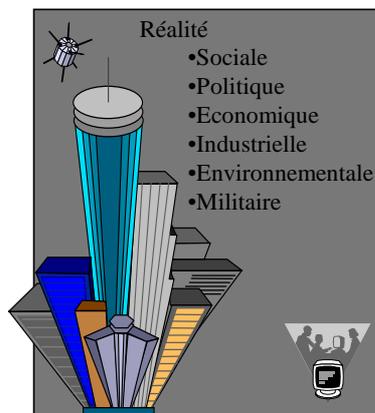
Historique Après-guerre

- Succès des applications militaires.
- Intérêt marqué des entreprises pour la RO.
- Applications civiles, d'abord dans les grandes entreprises industrielles :
 - Ex: industrie pétrolière - programmation linéaire pour la gestion de la production
- Plus tard, résultats utilisés (à moindre coût) par des organisations plus petites.
- Facteur clé : développement de l'informatique.

2012/2013

13

Prise de Décision



- Décrire la Réalité,
- Comprendre la Réalité,
- Gérer la Réalité.

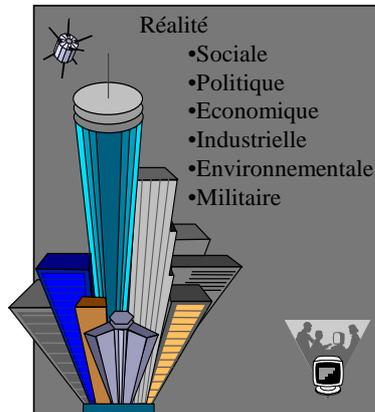
2 Approches :

- Approche Qualitative,
- Approche Quantitative.

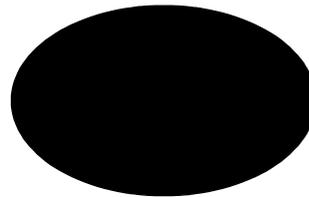
2012/2013

14

Aide à la Décision



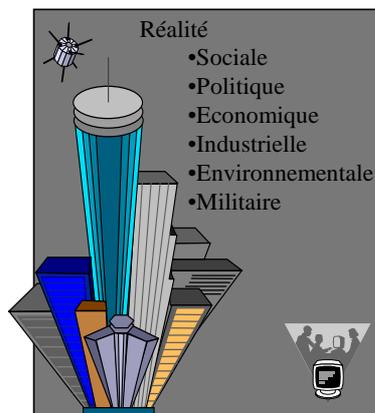
2012/2013



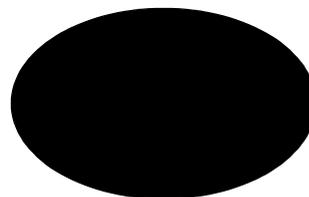
- Décisions possibles ?
- Comment les comparer ?
- Préférences, Objectifs ?

15

Aide à la Décision



2012/2013



- Approximation de la réalité !
- Aide à la décision.

16

Quelques techniques

- Statistique
- Programmation mathématique (optimisation)
- Aide à la décision de type multicritère (MCDA)
- Simulation
- PERT/CPM
- Gestion des stocks et de la production
- Réseaux (transport)
- Fiabilité des équipements

2012/2013

17

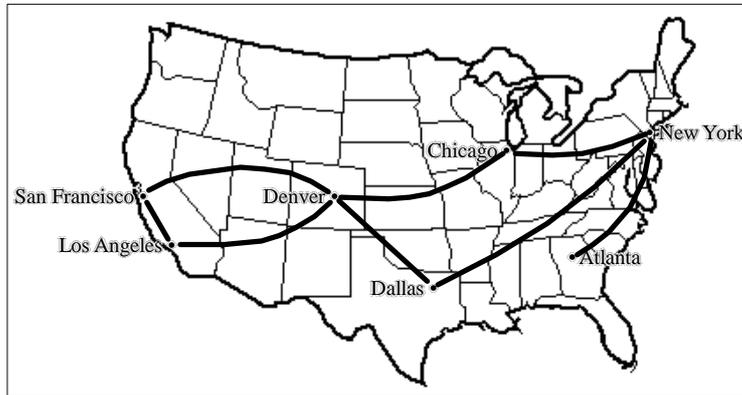
Plan du cours

1. Introduction
 - Historique, modélisation
2. Quelques problèmes de la théorie des graphes
 - Définitions, terminologie
 - Arbre partiel minimum, Coloration
 - Chemins les plus courts et les plus longs
3. Problèmes d'ordonnancement
 - Méthode du chemin critique
 - Contraintes cumulatives
 - Méthode PERT
4. Aide multicritère à la décision

2012/2013

18

1. Graphe ?



2012/2013

19

Graphe orienté

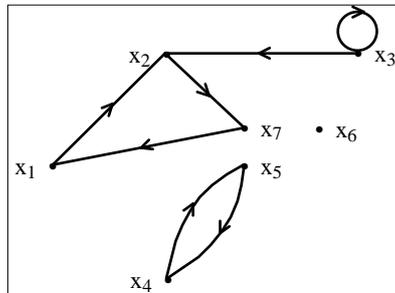
$$G = (X, U)$$

- X : ensemble fini d'éléments appelés **sommets**,
- U : sous-ensemble de $X \times X$ (couples de sommets) dont les éléments sont appelés **arcs**.

2012/2013

20

Exemple 1



- $X = \{ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \}$
- $U = \{ (x_1, x_2), (x_2, x_7), (x_3, x_3), (x_3, x_2), (x_4, x_5), (x_5, x_4), (x_7, x_1) \}$

2012/2013

21

Terminologie

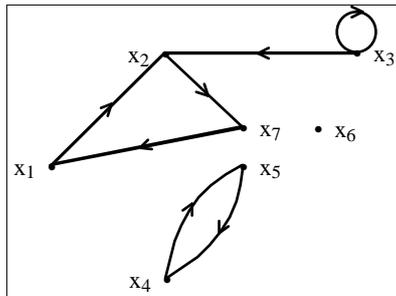
- **Chaîne** : Suite de sommets telle que si x_k et x_l sont deux sommets consécutifs de cette suite, alors (x_k, x_l) ou $(x_l, x_k) \in U$.
- **Chemin** : Suite de sommets telle que si x_k et x_l sont deux sommets consécutifs de cette suite, alors $(x_k, x_l) \in U$.
- **Cycle** : Chaîne dont le dernier sommet coïncide avec le premier.
- **Circuit** : Chemin dont le dernier sommet coïncide avec le premier.

2012/2013

22

Exemple 1

Chaîne

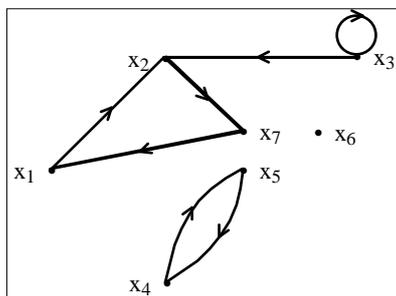


2012/2013

23

Exemple 1

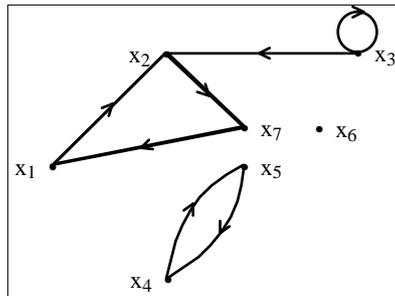
Chemin



2012/2013

24

Exemple 1



Circuit

2012/2013

25

Terminologie (2)

- Circuits particuliers :
 - Circuit élémentaire,
 - Circuit hamiltonien (1! par chaque sommet),
 - Circuit eulérien (1! par chaque arc).
- Graphe connexe :
 $\forall x, y \in X$ avec $x \neq y \exists$ chaîne entre x et y .
- Graphe fortement connexe :
 $\forall x, y \in X$ avec $x \neq y \exists$ chemin de x vers y .

2012/2013

26

Terminologie (3)

- **Sous-graphe** : engendré par $Y \subset X$:
graphe (Y, U_Y) où $U_Y \subset U$ représente les arcs de U qui ont leurs extrémités dans Y .
- **Graphe partiel** : engendré par $V \subset U$:
graphe (X, V) .
- **Matrice d'adjacence** : $\mathbf{A} = (a_{ij}) \ n \times n$

$$\begin{cases} a_{ij} = 1 & \text{ssi } (x_i, x_j) \in U \\ a_{ij} = 0 & \text{ssi } (x_i, x_j) \notin U \end{cases}$$

2012/2013

27

Exemple 1

$$\begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{array} \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2012/2013

28

Terminologie (4)

- Ensemble des successeurs de $x \in X$:

$$\Gamma^+(x) = \{y \in X \mid (x, y) \in U\}$$

- Ensemble des prédécesseurs de $x \in X$:

$$\Gamma^-(x) = \{y \in X \mid (y, x) \in U\}$$

- **Graphe valué** : à chaque arc est associée une valeur (nombre).

2012/2013

29

Graphe non orienté

$$G = (X, E)$$

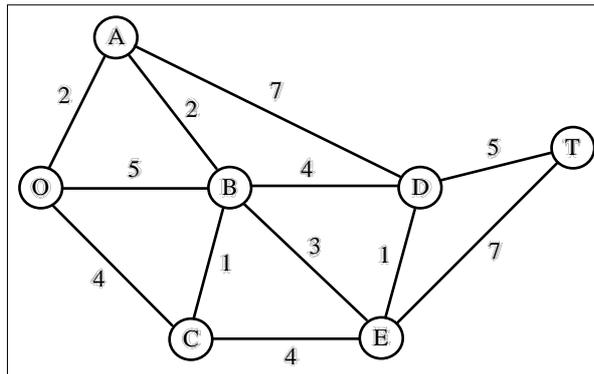
- X : ensemble fini d'éléments appelés **sommets**,
- E : ensemble de paires de sommets dont les éléments sont appelés **arêtes**.
- **Graphe simple** :
 - Au plus une arête entre deux sommets,
 - Pas de boucles.
- **Graphe orienté symétrique**.

2012/2013

30

Exemple 2

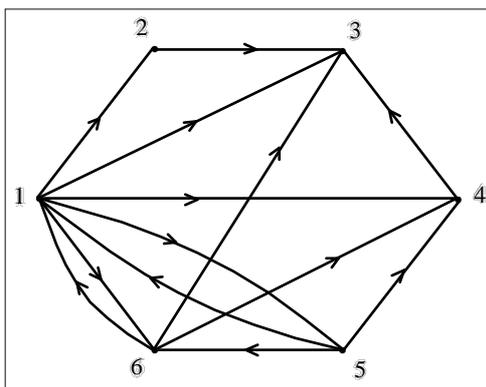
- Dans une réserve naturelle :
 - Sommets : Postes de surveillance/attractions (O: entrée).
 - Arêtes : Routes.
 - Valeurs : Longueurs des routes (km).



2012/2013

31

Exemple 3

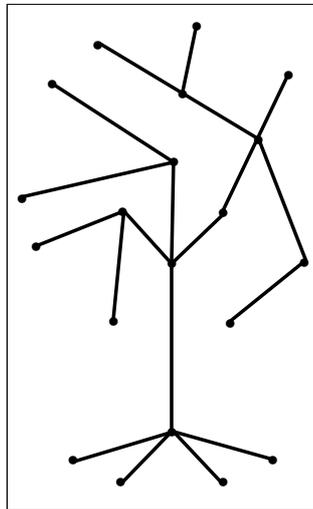


	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	0	1	1	1	1	1
x_2	0	0	1	0	0	0
x_3	0	0	0	0	0	0
x_4	0	0	1	0	0	0
x_5	1	0	0	1	0	1
x_6	1	0	1	1	0	0

2012/2013

32

2. L'arbre partiel minimum



2012/2013

33

Arbre

- Définition : Un arbre est un graphe simple sans cycle et tel qu'il existe une chaîne entre toute paire de sommets.
- Propriétés :
 1. \exists au moins un sommet se trouvant sur une seule arête.
 2. n sommets $\leftrightarrow n-1$ arêtes.
 3. Addition d'une arête \leftrightarrow création d'un et un seul cycle.
 4. Chaque paire de sommets est reliée par un et une seule chaîne. Devient faux si l'on enlève une arête.

2012/2013

34

Arbre partiel minimum

- Dans un graphe simple valué.
- Graphe partiel tel que :
 - Arbre,
 - Somme des valeurs des arêtes est minimum.
- Théorème de base :
 - Suppositions : graphe complet, arêtes de valeurs toutes différentes.
 - Énoncé : $\forall A \subset X$, soit $E_A = \{ \text{arêtes ayant une extrémité dans } A \text{ et l'autre dans } X \setminus A \}$: l'arête de E_A de valeur minimum appartient à l'arbre partiel minimum.

2012/2013

35

Algorithme de Prim

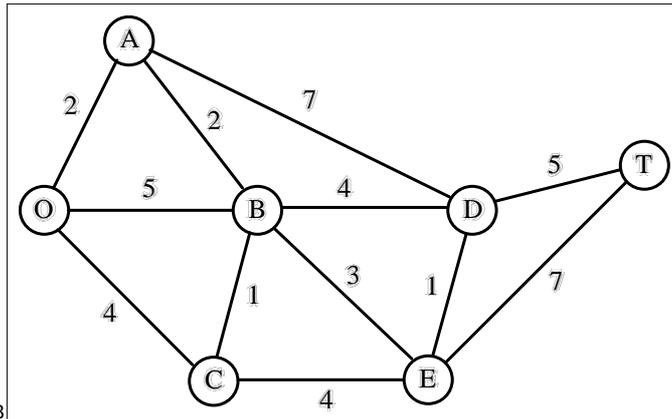
1. Choisir un sommet arbitrairement et marquer l'arête de valeur minimum issue de ce sommet.
2. Soit $A = \{ \text{sommets extrémités des arêtes marquées} \}$
Si $A = X$, aller en 4.
3. Marquer l'arête de valeur minimum joignant un sommet de A à un sommet de $X \setminus A$ et aller en 2.
4. L'ensemble des arêtes marquées constitue un arbre partiel minimum.

2012/2013

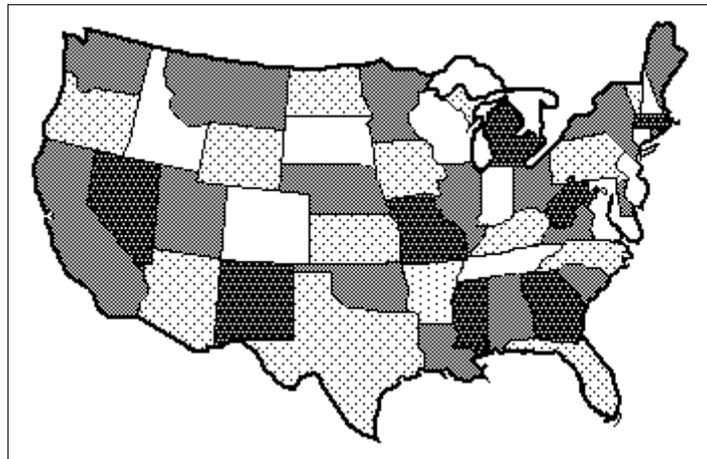
36

Exemple 2

- Relier les 7 postes du parc en réseau.
- Minimiser la longueur du câblage.



3. Problèmes de coloration



2012/2013

38

Coloration des sommets d'un graphe

- Attribution d'une couleur à chaque sommet de telle sorte que deux sommets adjacents aient des couleurs différentes.
- **Nombre chromatique** : Nombre minimum de couleurs nécessaires pour colorer un graphe.
 - Obtention : problème difficile → heuristiques.

2012/2013

39

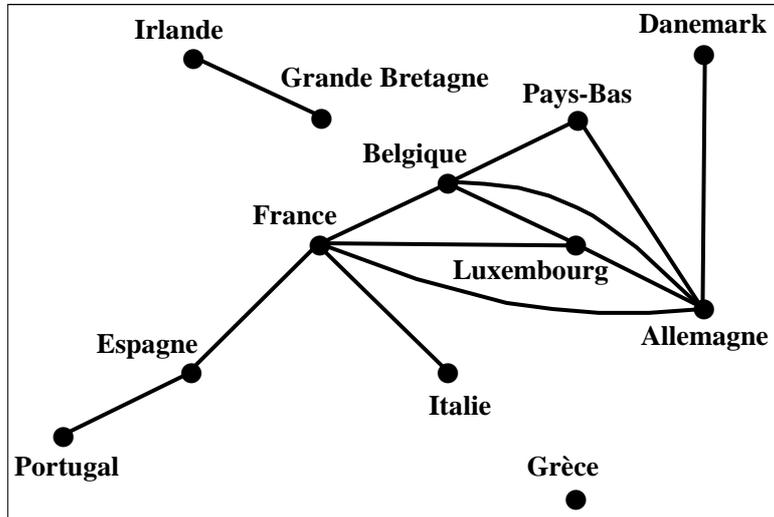
Algorithme de Welsh et Powell

1. Numérotter les sommets par ordre décroissant de leur degré
(degré = nombre d'arêtes issues d'un sommet).
Poser $i = 1$ (couleur) et $N = X$ (sommets non encore colorés).
2. Donner la couleur i au sommet de N qui a le plus petit numéro.
3. Soit $N_i = \{ \text{sommets non colorés non adjacents à un sommet de couleur } i \}$.
Si $N_i \neq \emptyset$, poser $N = N_i$ et aller en 2.
4. Poser $N = \{ \text{sommets non encore colorés} \}$.
Si $N \neq \emptyset$, poser $i := i+1$ (couleur suivante) et aller en 2.
Sinon, on a une coloration en i couleurs.

2012/2013

40

Exemple 4



41

Applications

- Coloration de cartes.
- Problèmes d'horaires.
- Chargement de camions.
- Allocation de ressources.

2012/2013

42

4. Chemins les plus courts et les plus longs dans un graphe valué

- Graphe orienté valué.
 - Valeurs : longueurs, coûts, durées, délais, ...
- Problème : Chercher un chemin d'un sommet x_1 vers un sommet x_n de telle sorte que la somme des valeurs des arcs qui composent ce chemin ('longueur du chemin') soit minimum (ou maximum).

2012/2013

43

Hypothèses

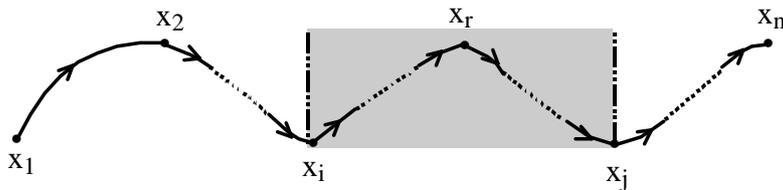
- Pour un problème à maximum, pas de circuits de valeur positive.
- Pour un problème à minimum, pas de circuits de valeur négative.
- Notations :
 - arc $(x_i, x_j) \leftrightarrow$ valeur c_{ij}
 - Pour un problème à maximum :
$$\begin{cases} c_{ij} = -\infty & \text{si } (x_i, x_j) \notin U \text{ et } i \neq j \\ c_{ii} = 0 & \forall i \end{cases}$$
 - Pour un problème à minimum :
$$\begin{cases} c_{ij} = +\infty & \text{si } (x_i, x_j) \notin U \text{ et } i \neq j \\ c_{ii} = 0 & \forall i \end{cases}$$
 - Passage de minimum à maximum :
$$c'_{ij} = -c_{ij}, \quad \forall i, j$$

2012/2013

44

5. Algorithme de Bellman-Kalaba

- Principe d'optimalité de Bellman :



- Si le chemin $(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_r, \dots, x_j, \dots, x_n)$ est optimal entre x_1 et x_n , alors le chemin $(x_i, \dots, x_r, \dots, x_j)$ est optimal entre x_i et x_j .

2012/2013

45

Algorithme de Bellman-Kalaba

- $\lambda_i(k)$ = valeur du chemin optimal de x_1 à x_i en au plus k arcs.

$$1. \begin{cases} \lambda_1(1) = 0 \\ \lambda_i(1) = c_{1i} \quad i = 2, \dots, n \end{cases}$$

2. Pour $k = 2, 3, \dots$

$$\begin{cases} \lambda_1(k) = 0 \\ \lambda_i(k) = \min_{j \in \{1, 2, \dots, n\}} \{ \lambda_j(k-1) + c_{ji} \} \end{cases}$$

3. Arrêt de l'algorithme quand :

$$\lambda_i(k) = \lambda_i(k-1) \quad \forall i$$

2012/2013

46

Algorithme de Bellman-Kalaba

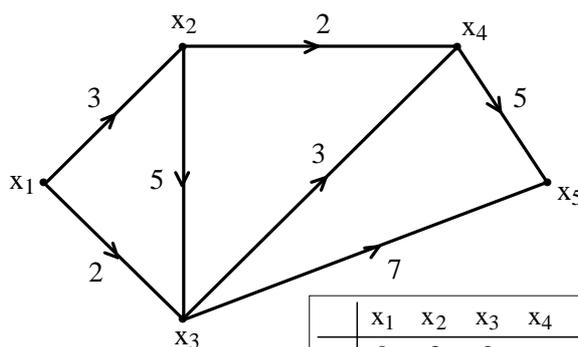
- Convergence :
Arrêt de l'algorithme après au plus $n-1$ étapes.
- Recherche de chemins les plus longs :
Adaptation du point 2 :

$$\lambda_i(k) = \max_j \{ \lambda_j(k-1) + c_{ji} \}$$

2012/2013

47

Exemple 5

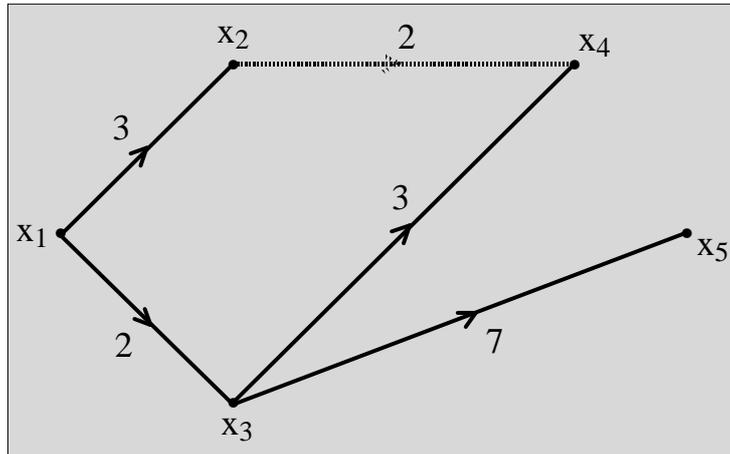


	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	$\lambda_i(1)$	$\lambda_i(2)$	$\lambda_i(3)$
x ₁	0	3	2	∞	∞			
x ₂	∞	0	5	2	∞			
x ₃	∞	∞	0	3	7			
x ₄	∞	∞	∞	0	5			
x ₅	∞	∞	∞	∞	0			

2012/2013

48

Arborescence des chemins les plus courts



2012/2013

49

6. Algorithme de Dijkstra

- Uniquement pour des valeurs positives !
- Terminologie :
 - $\lambda_i(k)$: marque du sommet i à l'étape k ,
 - λ_i° : marque définitive du sommet i ,
 - $M(k)$: ensemble des sommets marqués définitivement à la fin de l'étape k ,
 - n_k : numéro du sommet marqué définitivement à l'étape k .

2012/2013

50

Algorithme de Dijkstra

1. Etape 1 :
(initialisation) $\left\{ \begin{array}{l} \lambda_i(1) = \infty, \quad \forall i \neq 1 \\ \lambda_1(1) = 0 = \lambda_1^\circ \\ n_1 = 1 \\ M(1) = \{1\} \end{array} \right.$
2. Etape $k+1$:
($k = 1, 2, \dots$) $\left\{ \begin{array}{l} \lambda_i(k+1) = \min \left\{ \lambda_i(k), \lambda_{n_k}^\circ + c_{n_k i} \right\} \quad \forall i \notin M(k) \\ \lambda_{n_{k+1}}^\circ = \min_i \lambda_i(k+1) \\ M(k+1) = M(k) \cup \{n_{k+1}\} \end{array} \right.$

2012/2013

51

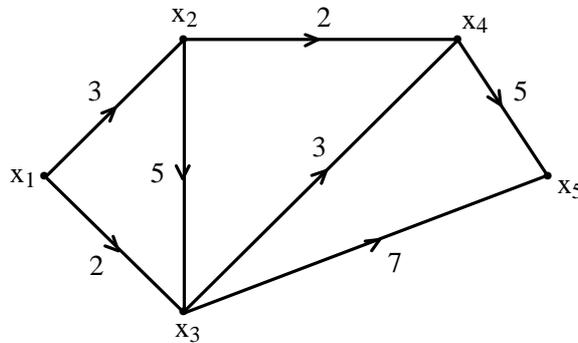
Algorithme de Dijkstra

- Fin de l'algorithme quand tous les sommets sont définitivement marqués.
- Convergence : en au maximum n étapes.
- Propositions :
 - $\lambda_i(k)$ = valeur du chemin optimal de x_1 à x_i ne passant que par des sommets de $M(k-1)$.
 - $\lambda_{n_k}^\circ$ = valeur du chemin optimal de x_1 à x_{n_k} (ce chemin ne passe que par des sommets de $M(k-1)$).

2012/2013

52

Exemple 5



	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_1	0	3	2	∞	∞	
x_2	∞	0	5	2	∞	
x_3	∞	∞	0	3	7	
x_4	∞	∞	∞	0	5	
x_5	∞	∞	∞	∞	0	
	0	3	2	∞	∞	$\lambda_i(1)$
		3	2	∞	∞	$\lambda_i(2)$
		3		5	9	$\lambda_i(3)$
				5	9	$\lambda_i(4)$
					9	$\lambda_i(5)$

2012/2013

53

Plan du cours

1. Introduction
 - Historique, modélisation
2. Quelques problèmes de la théorie des graphes
 - Définitions, terminologie
 - Arbre partiel minimum, Coloration
 - Chemins les plus courts et les plus longs
3. Problèmes d'ordonnancement
 - Méthode du chemin critique
 - Contraintes cumulatives
 - Méthode PERT
4. Aide multicritère à la décision

2012/2013

54

A. Définition du problème

- Réalisation en un temps minimum d'un projet comportant un certain nombre de tâches à effectuer, en tenant compte de contraintes éventuelles sur l'enchaînement des tâches ou sur les moyens à mettre en oeuvre.
- Exemples :
 - Construction d'une maison, chantier, campagne publicitaire, lancement d'un nouveau produit, ...

2012/2013

55

Ordonnancement

- Déterminer la date de début de chaque tâche (c-à-d un ordonnancement).
- Notations :
 - Tâches : $i \quad i = 1, 2, \dots, n$
 - Durées : $d(i)$
 - Dates de début : $t(i)$
- Prise en compte de contraintes temporelles et cumulatives.

2012/2013

56

Contraintes temporelles

- Postériorité stricte $t(j) \geq t(i) + d(i)$
- Postériorité avec délai $t(j) \geq t(i) + d(i) + f(i, j)$
- Postériorité partielle $t(j) \geq t(i) + \alpha(i, j)d(i)$
- Localisation temporelle $t(i) \geq a(i)$
- Continuité $t(j) \leq t(i) + t(i, j)$

2012/2013

57

Contraintes cumulatives

- Limites sur les ressources disponibles pendant la réalisation du projet :
 - Matériel,
 - Budget,
 - Main-d'œuvre.
- Fixes ou variables au cours du temps.

2012/2013

58

Exemple - Exploitation minière

- En vue de l'exploitation d'une mine, on construit :
 - un port sur un canal proche du site d'extraction,
 - ainsi qu'une route et une voie de chemin de fer qui relie la mine au port.
- Au total, il y a 10 tâches à effectuer (durées exprimées en mois).
- Contraintes temporelles uniquement (dans un premier temps).

2012/2013

59

Exemple - Liste des tâches

Tâches	Durées	Contraintes
A: Construction d'un port provisoire	2	-
B: Déblai pour route et voie ferrée	3	-
C: Commande du matériel minier	5	-
D: Commande du matériel portuaire	6	-
E: Implantation du port définitif	2	Après A.
F: Construction de la route	4	Après B.
G: Pose de la voie ferrée	1	Après B.
H: Installation portuaire	8	Après D.
I : Construction d'une cité	5	Après A,B,E,F.
J: Installation minière	7	Après B,C,D,G,H.

2012/2013

60

Exemple - Questions

- Quelle est la durée de réalisation minimale des travaux, en tenant compte des contraintes ?
- Quel est le calendrier d'exécution des différentes tâches correspondant ?
- On pourrait aussi prendre en compte le nombre d'ouvriers disponibles et leurs qualifications, ...

2012/2013

61

B. Méthode du chemin critique

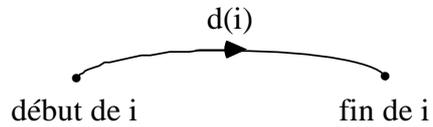
- Contraintes temporelles uniquement.
- Durées des tâches connues avec certitude.
- Représentation sous forme de graphe valué :
 - Tâches représentées par des arcs.
 - Sommets correspondant à des étapes du projet.

2012/2013

62

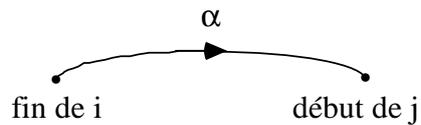
Elaboration du graphe

- Tâche i :



- Contrainte :

$$t(j) \geq t(i) + d(i) + \alpha$$



- Deux sommets particuliers :

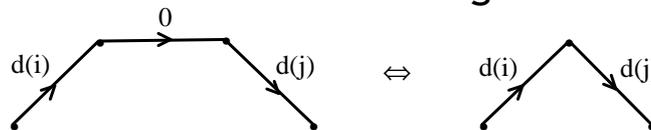
- Début du projet - étape 0,
- Fin du projet - étape $n+1$.

2012/2013

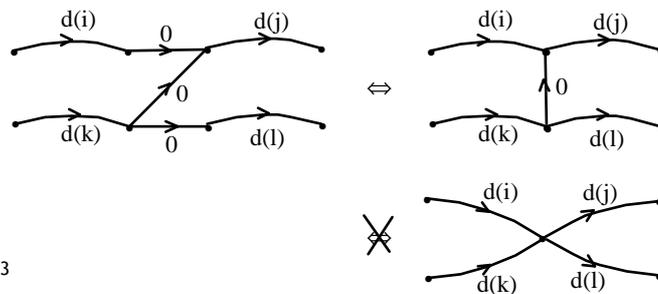
63

Simplification du graphe

- Elimination des arcs de longueur nulle :



- Attention :



2012/2013

64

Ordonnancement au plus tôt

- **ES(i)** = date de début au plus tôt de la tâche i
= longueur du chemin le plus long de 0 au début de i
 - ▶ $ES(n+1) = T$ = durée minimale de réalisation du projet.
- **EF(i)** = date de fin au plus tôt de la tâche $i = ES(i) + d(i)$

2012/2013

65

Ordonnancement au plus tard

- **LF(i)** = date de fin au plus tard de la tâche i
(sans allonger la durée de réalisation T)
= T – valeur du chemin de valeur maximum de la fin de i à la fin des travaux
- **LS(i)** = date de début au plus tard de la tâche $i = LF(i) - d(i)$

2012/2013

66

Calcul

- Forme simplifiée de l'algorithme de Bellman-Kalaba pour un graphe sans circuits.
- Classement des sommets en k niveaux.
- Calcul des dates de début au plus tôt pour les sommets, par niveau décroissant, depuis le début des travaux :
 - $ES(0) = 0$
 - ensuite : $ES(i) = \max \{ ES(j) + c_{ji} \mid j \in \Gamma^{-}(i) \}$
- Puis calcul des dates au plus tard en repartant de la fin des travaux.

2012/2013

67

Chemin critique

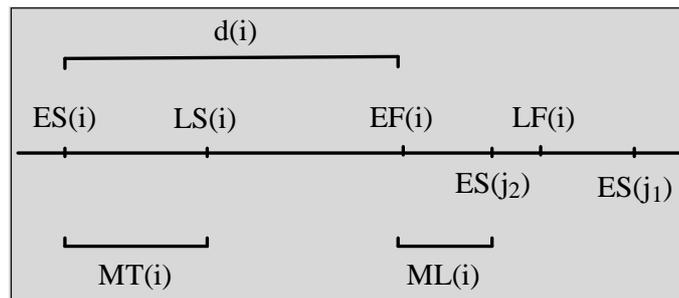
- Le chemin critique est le chemin le plus long entre le début et la fin des travaux.
- Tâches critiques :
 - Tâches situées sur le chemin critique.
 - Tout retard sur une tâche critique rallonge d'autant la durée minimale de réalisation du projet.

2012/2013

68

Marges

- Retards possibles sur les tâches non-critiques, sans augmenter T ?



2012/2013

69

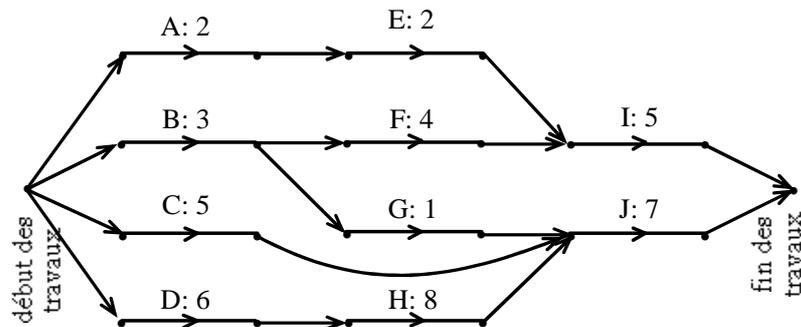
Marges

- Marge totale de la tâche i :
 $MT(i) = LS(i) - ES(i)$
 - Retard maximum sans augmenter T.
- Marge libre de la tâche i :
 $ML(i) = \min \{ ES(j) - EF(i) \mid j \text{ suit } i \}$
 - Retard maximum sans perturber les dates au plus tôt.

2012/2013

70

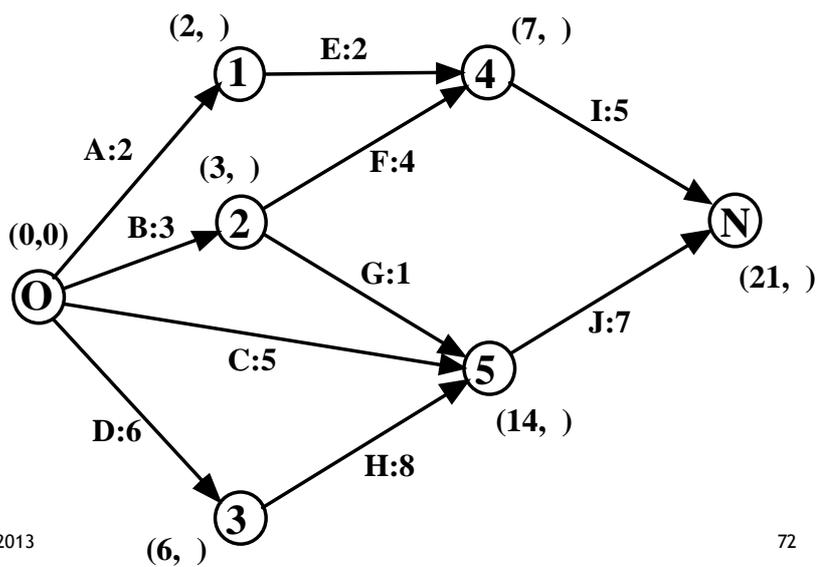
Exemple - graphe



2012/2013

71

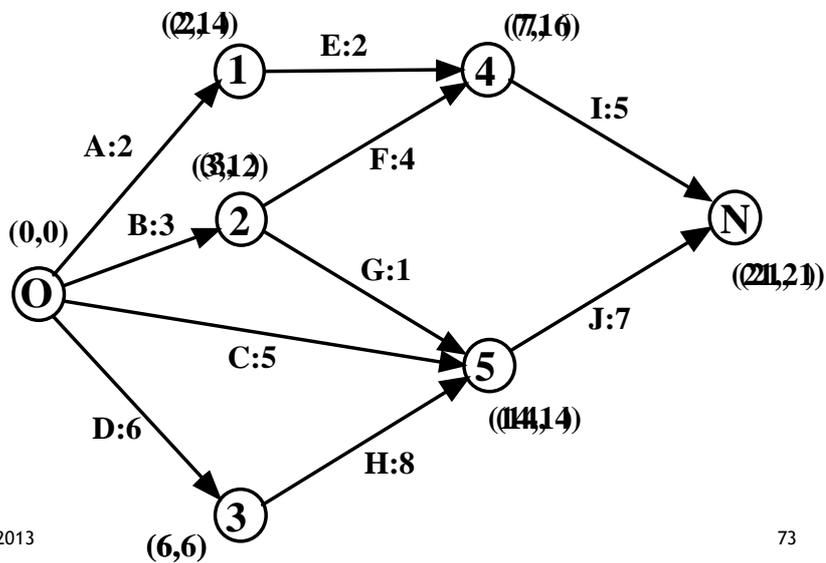
Exemple - graphe simplifié



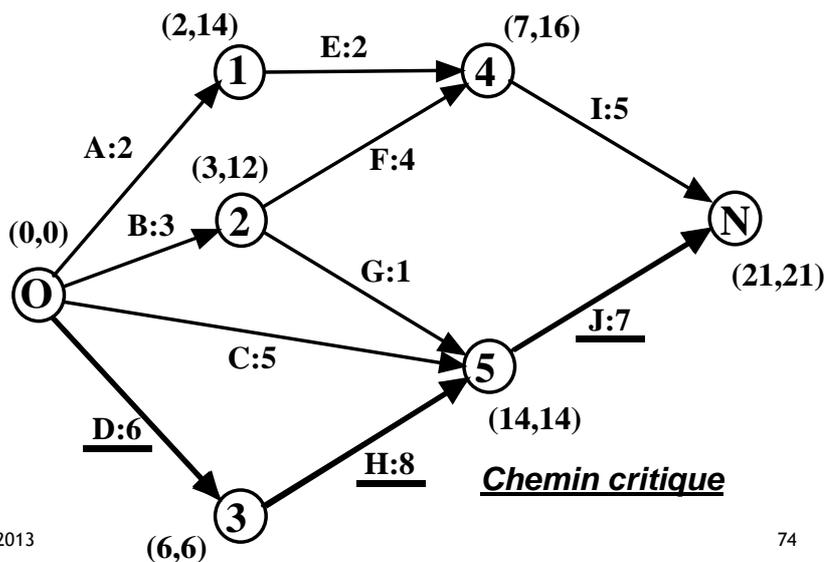
2012/2013

72

Exemple - graphe simplifié



Exemple - graphe simplifié



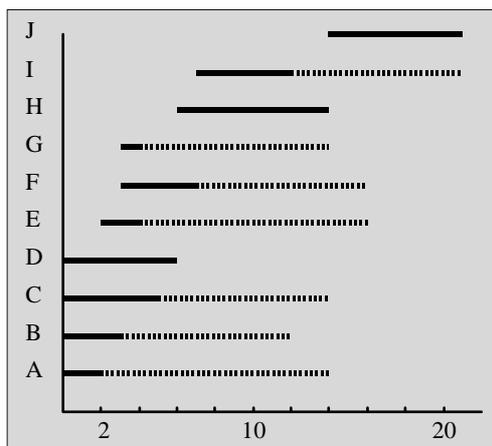
Exemple - résultats

Tâche	Durée	Après	ES	EF	LS	LF	ML	MT
A	2	-	0	2	12	14	0	12
B	3	-	0	3	9	12	0	9
C	5	-	0	5	9	14	9	9
D	6	-	0	6	0	6	0	0
E	2	A	2	4	14	16	3	12
F	4	B	3	7	12	16	0	9
G	1	B	3	4	13	14	10	10
H	8	D	6	14	6	14	0	0
I	5	A,B,E,F	7	12	16	21	9	9
J	7	B,C,D,G,H	14	21	14	21	0	0

2012/2013

75

Diagramme de Gantt



- Trait plein :
- Ordonnancement au plus tôt.
- Pointillés :
- Marge totale.

2012/2013

76

Contraintes cumulatives

- Origine :
 - Utilisation de ressources disponibles en quantités limitées : outils, matières premières, ouvriers, budget, ...
- Courbe de charge :
 - Pour un type de ressource et pour un ordonnancement donné : quantités cumulées nécessaires en fonction du temps.
- Problèmes :
 - Respecter un profil maximum pour la courbe de charge (contrainte).
 - Lisser la courbe de charge (éviter les pics).

2012/2013

77

Exemple

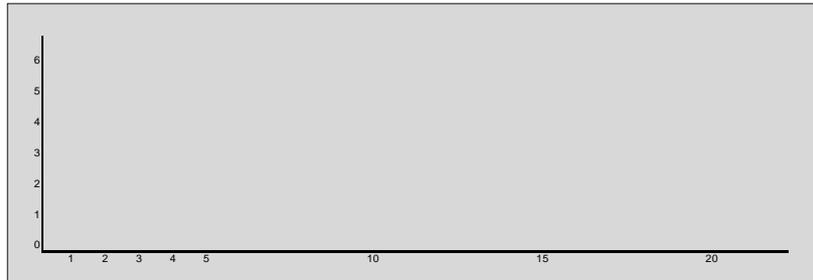
- Ressource : 3 équipes d'ouvriers disponibles.
- Equipes nécessaires par tâche :
(pendant toute la durée de la tâche)

A : 1	B : 1	C : 0	D : 0	E : 3
F : 2	G : 1	H : 0	I : 3	J : 1

2012/2013

78

Courbe de charge

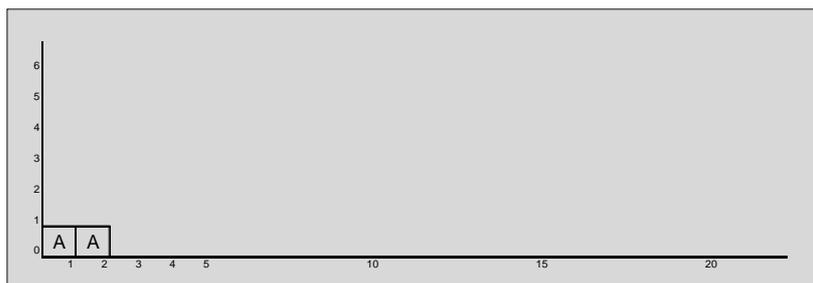


- Tâche A :
 - Durée : 2 mois,
 - Dès le début des travaux,
 - 1 équipe d'ouvriers.

2012/2013

79

Courbe de charge

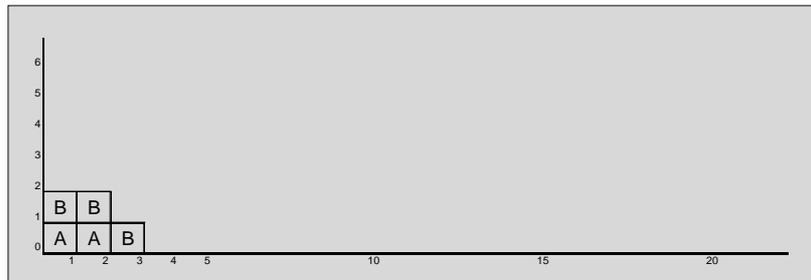


- Tâche B :
 - Durée : 3 mois,
 - Dès le début des travaux,
 - 1 équipe d'ouvriers.

2012/2013

80

Courbe de charge

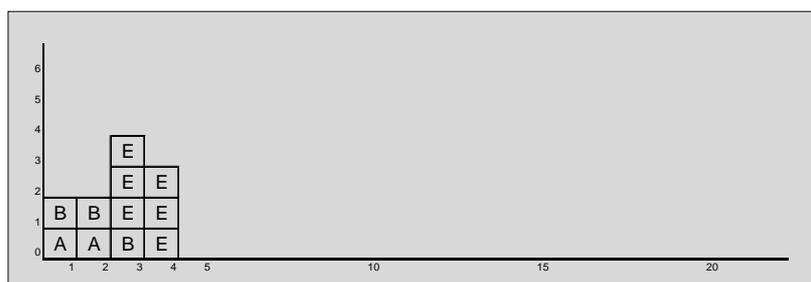


- Tâche E :
 - Durée : 2 mois,
 - Au plus tôt 2 mois après le début des travaux,
 - 3 équipes d'ouvriers.

2012/2013

81

Courbe de charge

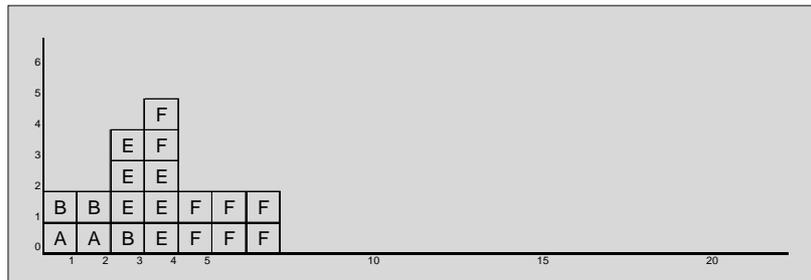


- Tâche F :
 - Durée : 4 mois,
 - Au plus tôt 3 mois après le début des travaux,
 - 2 équipes d'ouvriers.

2012/2013

82

Courbe de charge



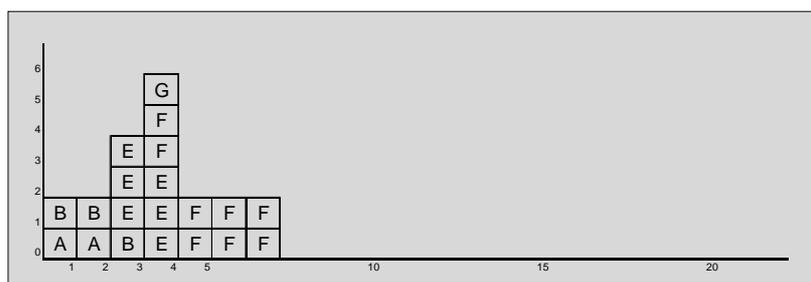
- Tâche G :

- Durée : 1 mois,
- Au plus tôt 3 mois après le début des travaux,
- 1 équipe d'ouvriers.

2012/2013

83

Courbe de charge



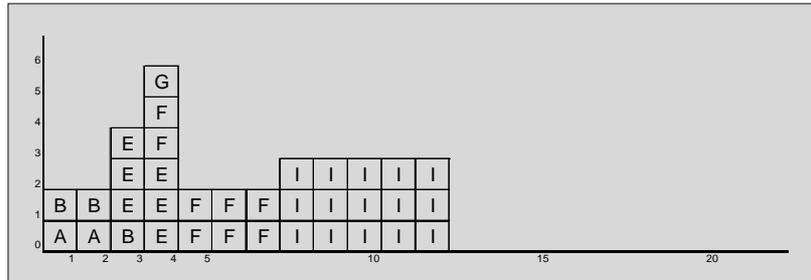
- Tâche I :

- Durée : 5 mois,
- Au plus tôt 7 mois après le début des travaux,
- 3 équipes d'ouvriers.

2012/2013

84

Courbe de charge

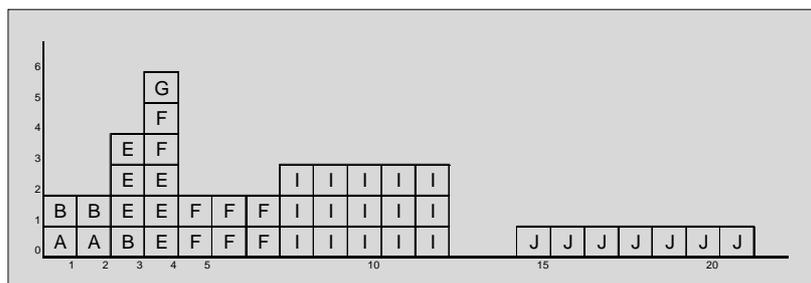


- Tâche J :
 - Durée : 7 mois,
 - Au plus tôt 14 mois après le début des travaux,
 - 1 équipe d'ouvriers.

2012/2013

85

Courbe de charge

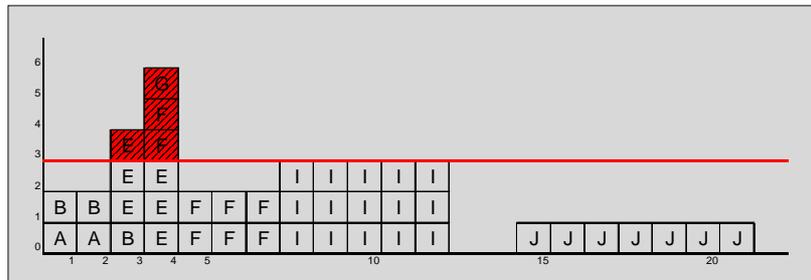


- Courbe de charge peu équilibrée :
 - De 0 à 6 équipes par mois !

2012/2013

86

Courbe de charge

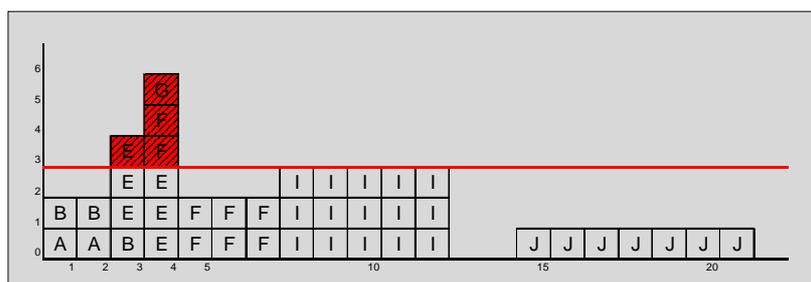


- Contrainte cumulative non respectée :
 - Plus de 3 équipes pendant 2 mois !

2012/2013

87

Lissage manuel

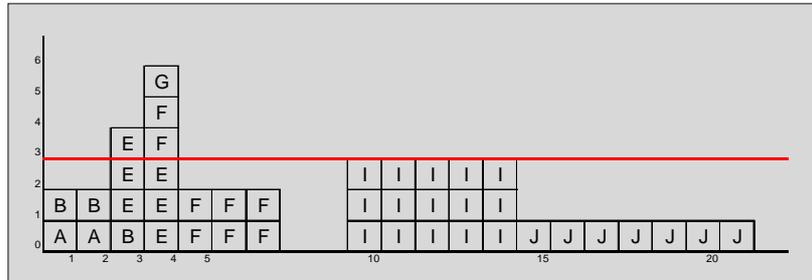


- Reculer la tâche I de 2 mois.

2012/2013

88

Lissage manuel

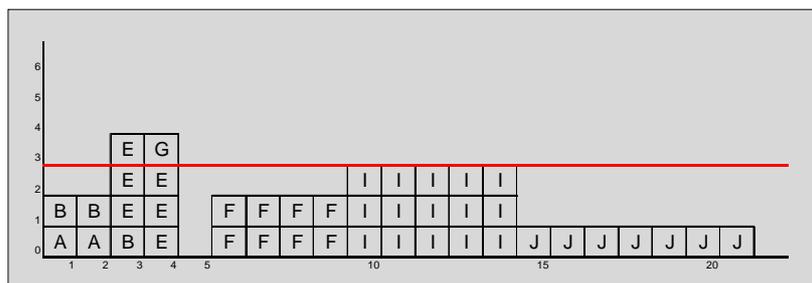


- Reculer la tâche F de 2 mois.

2012/2013

89

Lissage manuel

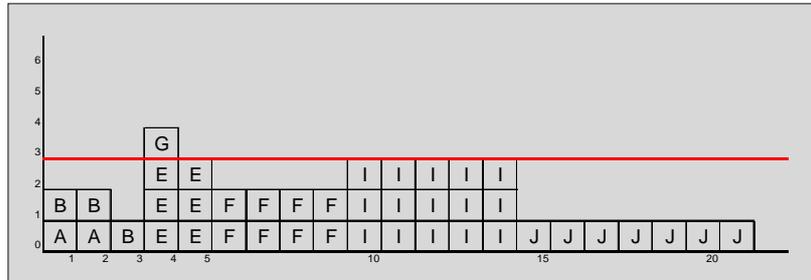


- Reculer la tâche E de 1 mois.

2012/2013

90

Lissage manuel

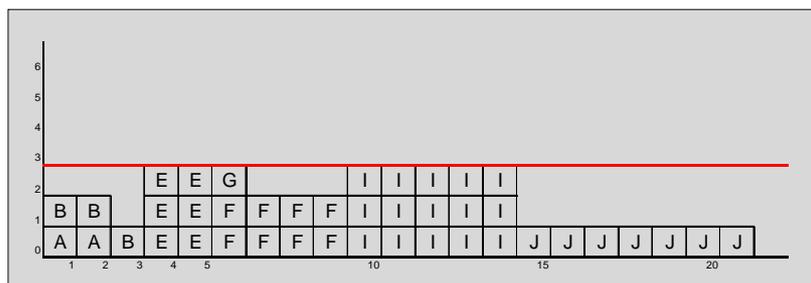


- Reculer la tâche G de 2 mois.

2012/2013

91

Lissage manuel



- Contrainte respectée.
- En 21 mois malgré tout (coup de chance) !
- Approche systématique ?

2012/2013

92

Algorithme MILORD

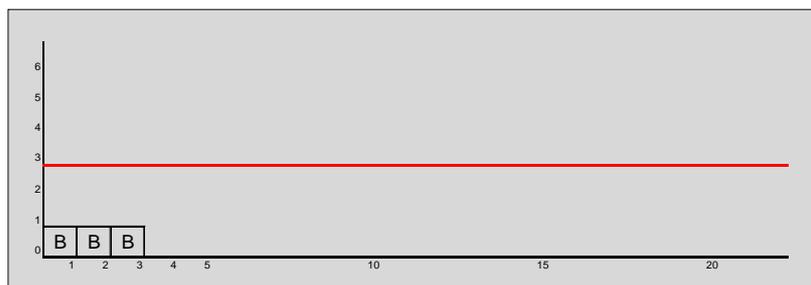
- Ranger les tâches par ordre croissant de leur date de début au plus tard. Départager les ex-aequo par leur marge libre.
- Placer successivement les tâches au plus tôt, en tenant compte des contraintes.

	D	H	B	C	F	A	G	J	E	I
LS	0	6	9	9	12	12	13	14	14	16
ML	0	0	0	9	0	0	10	0	3	9
ES	0	6	0	0	3	0	3	14	2	7

2012/2013

93

MILORD

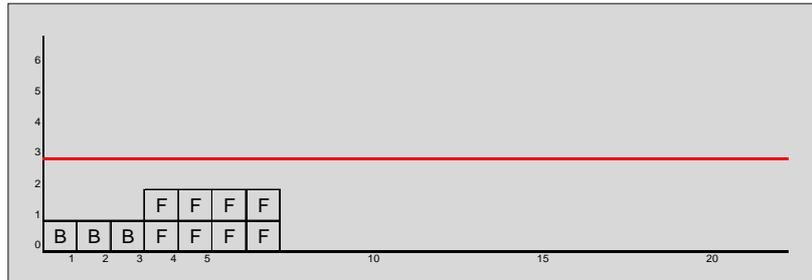


- Placer la tâche F (ES = 3).

2012/2013

94

MILORD

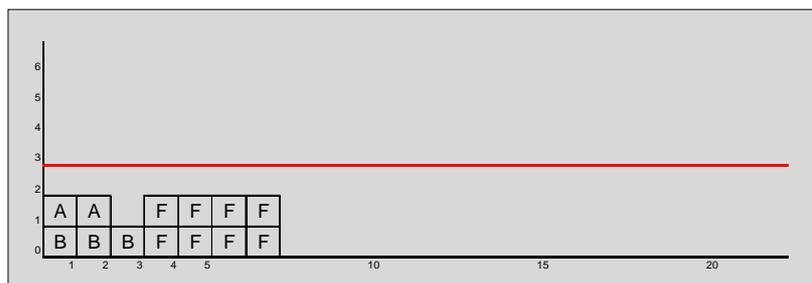


- Placer la tâche A ($ES = 0$).

2012/2013

95

MILORD

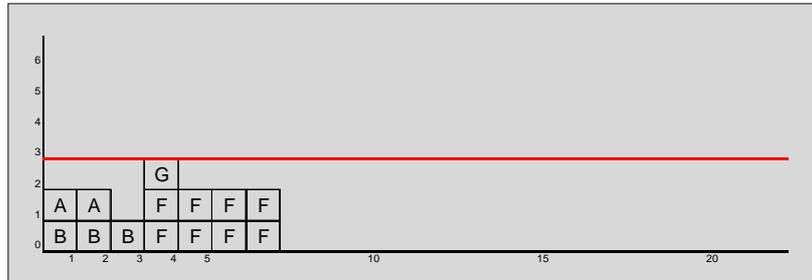


- Placer la tâche G ($ES = 3$).

2012/2013

96

MILORD

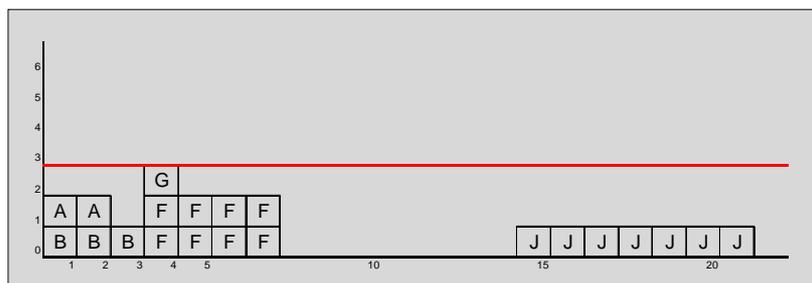


- Placer la tâche J (ES = 14).

2012/2013

97

MILORD



- Placer la tâche E (ES = 2).
- Reculée jusqu'en 7 !

2012/2013

98

Variantes

- Méthode des potentiels :
 - Autre mise en graphe : sommets = tâches.
- Méthode PERT :
 - Incertitude sur la durée de réalisation des tâches.
- Prise en compte du coût vs durée de réalisation des tâches.

2012/2013

101

Plan du cours

1. Introduction
 - Historique, modélisation
2. Quelques problèmes de la théorie des graphes
 - Définitions, terminologie
 - Arbre partiel minimum, Coloration
 - Chemins les plus courts et les plus longs
3. Problèmes d'ordonnancement
 - Méthode du chemin critique
 - Contraintes cumulatives
 - Méthode PERT
4. Aide multicritère à la décision

2012/2013

102

Quelques Problèmes de Décision et d'Evaluation

- Choisir le site d'implantation d'une nouvelle usine, d'un magasin, ...
- Engager du personnel, GRH.
- Acheter du matériel.
- Evaluer la qualité des fournisseurs.
- Evaluer des projets.
- Choisir une stratégie d'investissement.

2012/2013

103

Modèle Multicritère vs Unicritère

- Modèle unicritère :

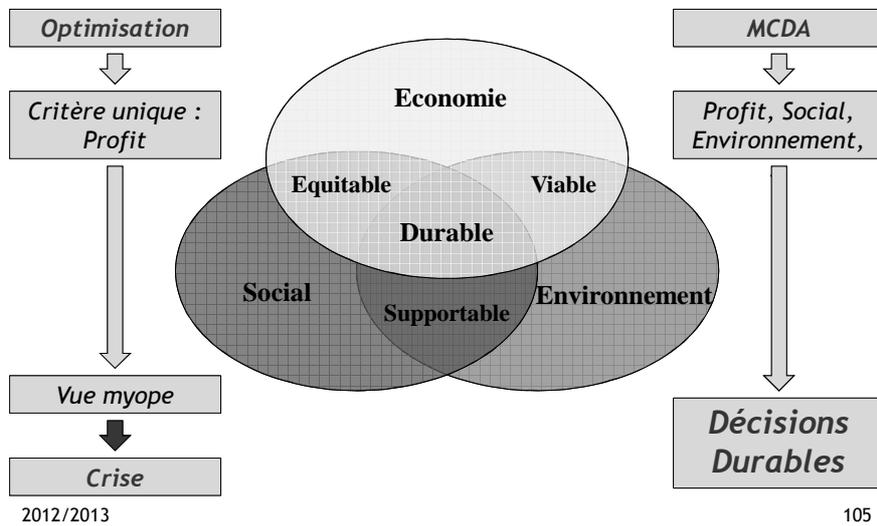
Optimiser $\{g(a) | a \in A\}$

- Mathématiquement bien posé :
 - Notion de solution optimale,
 - Classement complet des actions.
- Socio-économiquement mal posé :
 - Un seul critère ? Peu réaliste.
 - Notion de critère : seuils de perception, ...

2012/2013

104

MCDAs vs Optimisation



Modèle Multicritère vs Unicritère

- Modèle multicritère (MCDA) :

$$\text{Optimiser } \{g_1(a), g_2(a), \dots, g_k(a) \mid a \in A\}$$

- Mathématiquement mal posé :
 - Pas de solution optimale,
 - Pas de sens mathématique.
- Socio-économiquement bien posé :
 - Plus proche du problème de décision réel,
 - Recherche d'une solution de compromis.

2012/2013

106

Tableau Multicritère

- Actions :
 - décisions possibles,
 - items à évaluer.
- Critères :
 - quantitatifs,
 - qualitatifs.

2012/2013

107

Tableau Multicritère

Action 1					
Action 2					
Action 3					
Action 4					
Action 5					
...					

2012/2013

108

Tableau Multicritère

	Crit. 1 (unité)	Crit. 2 (unité)	Crit. 3 (unité)	Crit. 4 (unité)	...
Action 1					
Action 2					
Action 3					
Action 4					
Action 5					
...					

2012/2013

109

Tableau Multicritère

	Crit. 1 (/20)	Crit. 2 (cote)	Crit. 3 (appréc.)	Crit. 4 (O/N)	...
Action 1	18	135	B	Oui	...
Action 2	9	147	M	Oui	...
Action 3	15	129	TB	Non	...
Action 4	12	146	TM	?	...
Action 5	7	121	B	Oui	...
...

2012/2013

110

Localisation d'une Usine

	Investissement (MEUR)	Coûts (kEUR)	Environn. (estimation)	...
Site 1	18	135	B	...
Site 2	9	147	M	...
Site 3	15	129	TB	...
Site 4	12	146	TM	...
Site 5	7	121	B	...
...

2012/2013

111

Possibilité d'Achats

	Prix (kEUR)	Fiabilité (jours)	Maintenance (estimation)	...
Produit A	18	135	B	...
Produit B	9	147	M	...
Produit C	15	129	TB	...
Produit D	12	146	TM	...
Produit E	7	121	B	...
...

2012/2013

112

Un Exemple

Achat d'une automobile

Objectifs :

- Economie à l'achat (prix),
- Economie à l'usage (consommation),
- Performances (puissance),
- Confort,
- Habitabilité.

2012/2013

113

Tableau Multicritère

Marque	Prix	Puissance	Consomm.	Habitabilité	Confort
Moyenne A	26000	75	8,0	3	3
Sport	29000	110	9,0	1	2
Moyenne B	25500	85	7,0	4	3
Luxe 1	38000	90	8,5	4	5
Economic	15000	50	7,5	2	1
Luxe 2	35000	85	9,0	5	4

- Quel est le meilleur achat ?

2012/2013

114

Tableau Multicritère

Marque	Prix	Puissance	Consomm.	Habitabilité	Confort
Moyenne A	26000	75	8,0	3	3
Sport	29000	110	9,0	1	2
Moyenne B	25500	85	7,0	4	3
Luxe 1	38000	90	8,5	4	5
Economic	15000	50	7,5	2	1
Luxe 2	35000	85	9,0	5	4

- Quel est le meilleur achat ?

2012/2013

115

Tableau Multicritère

Marque	Prix	Puissance	Consomm.	Habitabilité	Confort
Moyenne A	26000	75	8,0	3	3
Sport	29000	110	9,0	1	2
Moyenne B	25500	85	7,0	4	3
Luxe 1	38000	90	8,5	4	5
Economic	15000	50	7,5	2	1
Luxe 2	35000	85	9,0	5	4

- Quel est le meilleur achat ?
- Quel est le meilleur compromis ?

2012/2013

116

Tableau Multicritère

Marque	Prix	Puissance	Consomm.	Habitabilité	Confort
Moyenne A	26000	75	8,0	3	3
Sport	29000	110	9,0	1	2
Moyenne B	25500	85	7,0	4	3
Luxe 1	38000	90	8,5	4	5
Economic	15000	50	7,5	2	1
Luxe 2	35000	85	9,0	5	4

- Quel est le meilleur achat ?
- Quel est le meilleur compromis ?
- Quelles sont les priorités de l'acheteur ?



2012/2013

117

Théorie du choix social

- Problème :
 - Un groupe de personnes doivent choisir un candidat parmi plusieurs (élection).
 - Chaque personne (électeur) classe les candidats par ordre de préférence.
 - Quel candidat doit être élu ?
- Quelle est la « meilleure » procédure de vote ?
- Analogie avec les modèles multicritères :
 - Candidats \leftrightarrow actions,
 - Electeurs \leftrightarrow critères.

2012/2013

118

5 procédures... ... parmi d'autres...

1. Majorité relative.
2. Condorcet.
3. Scrutin à 2 tours (présidentielle).
4. Borda.
5. Eliminations successives.

2012/2013

119

Procédure 1 : Majorité relative

3 candidats: Albert, Bruno, Claire
30 votants:

11 votants	10 votants	9 votants
A	B	C
B	C	B
C	A	A

A	11
B	10
C	9

Albert est élu
120

2012/2013

Procédure 1 : Majorité relative

3 candidats: Albert, Bruno, Claire
30 votants:

11 votants	10 votants	9 votants
A	B	C
B	C	B
C	A	A

A	11
B	10
C	9

Problème : B et C préférés à A
par une majorité de votants !

Albert est élu
121

2012/2013

Marie Jean Antoine Nicolas de Caritat Marquis de Condorcet 1743 - 1794



2012/2013

Procédure 2 : Condorcet

3 candidats: Albert, Bruno, Claire

30 votants:

11 votants	10 votants	9 votants
A	B	C
B	C	B
C	A	A

B meilleur que A	19 votes
B meilleur que C	21 votes
C meilleur que A	19 votes

Bruno est élu

2012/2013

123

Procédure 2 : Paradoxe de Condorcet

3 candidats: Albert, Bruno, Claire

9 votants:

4 votants	3 votants	2 votants
A	B	C
B	C	A
C	A	B

A meilleur que B	6 votes
B meilleur que C	7 votes
C meilleur que A	5 votes

pas d'élus !

2012/2013

124

Procédure 3 : Scrutin à 2 tours (élection présidentielle française)

4 candidats: Albert, Bruno, Claire, Diane

63 votants:

22 votants	21 votants	20 votants
B	C	D
A	A	A
C	D	C
D	B	B

1^{er} tour: B et C

2^{ème} tour: C bat B (41 contre 22)

Claire est élue

2012/2013

125

Procédure 3 : Scrutin à 2 tours (élection présidentielle française)

4 candidats: Albert, Bruno, Claire, Diane

63 votants:

22 votants	21 votants	20 votants
B	C	D
A	A	A
C	D	C
D	B	B

Claire est élue !!!

...alors que

A meilleur que C	42 votes
A meilleur que B	41 votes
A meilleur que D	43 votes

2012/2013

126

Procédure 3 : scrutin à 2 tours (élection présidentielle française)

3 candidats: Albert, Bruno, Claire
17 votants:

5 votants	6 votants	4 votants	2 votants
C	A	B	B
A	B	C	A
B	C	A	C

1^{er} tour: A et B

2^{ème} tour: A bat B (11 contre 6)

Albert est élu

2012/2013

127

Procédure 3 : scrutin à 2 tours (élection présidentielle française)

3 candidats: Albert, Bruno, Claire
17 votants:

5 votants	6 votants	4 votants	2 votants
C	A	B	A B
A	B	C	B A
B	C	A	C

Albert était élu

1^{er} tour: A et C

2^{ème} tour: C bat A (9 contre 8)

Claire est élue !

2012/2013

Problème : non-monotonicité !

128

Jean Charles de Borda 1733 - 1799



2012/2013

129

Procédure 4 : Borda

3 candidats: Albert, Bruno, Claire
81 votants:

30 votants	29 votants	10 votants	10 votants	1 votant	1 votant
A	C	C	B	A	B
C	A	B	A	B	C
B	B	A	C	C	A

Points		Score
2	A	101
1	B	33
0	C	109

$$31 \times 2 + 39 \times 1$$

$$11 \times 2 + 11 \times 1$$

$$39 \times 2 + 31 \times 1$$

Claire est élue !

2012/2013

30

Procédure 4 : Borda

3 candidats: Albert, Bruno, Claire

81 votants:

30 votants	29 votants	10 votants	10 votants	1 votant	1 votant	Points	Scores	
A	C	C	B	A	B		2	A
C	A	B	A	B	C	1	B	33
B	B	A	C	C	A	0	C	109

A meilleur que C : 41 sur 81

2012/2013

131

Procédure 4 : Borda

4 candidats: Albert, Bruno, Claire, Diane

7 votants:

3 votants	2 votants	2 votants	Points	Scores		Classement
C	B	A		3	A	
B	A	D	2	B	12	B
A	D	C	1	C	11	C
D	C	B	0	D	6	D

2012/2013

Albert est élu

132

Procédure 4 : Borda

4 candidats: Albert, Bruno, Claire, ~~Diane~~

7 votants:

3 votants	2 votants	2 votants	Points
C	B	A	2
B	A	C	1
A	C	B	0

Scores		Classement
A	6	C
B	7	B
C	8	A

Claire est élue

2012/2013

133

Borda (manipulation)

3 candidats: Albert, Bruno, Claire

34 votants:

*Les partisans de Bruno
suscitent la candidature du
candidat x (« candidat
bidon »)*

Scores		Classement
A	46	A
B	36	B
C	20	C

Albert est élu

2012/2013

134

Borda (manipulation)

4 candidats: Albert, Bruno, Claire, x
34 votants:

12 votants	12 votants	10 votants	
A	B	C	Points
B	x	A	3
C	A	B	2
x	C	x	1
			0

Scores		Classement
A	68	B
B	70	A
C	42	C
x	24	x

2012/2013

Bruno est élu!

135

Borda (manipulation)

4 candidats: Albert, Bruno, Claire, x
34 votants:

12 votants	12 votants	10 votants	
A	B	C	Points
x	x	x	3
B	A	A	2
C	C	B	1
			0

Scores		Classement
A	58	x
B	48	A
C	30	B
x	68	C

2012/2013

Le candidat « bidon » est élu!

136

Procédure 5 : Eliminations successives

- Procédure par tours.
- Principe :
Eliminer à chaque tour le moins bon candidat, jusqu'à ce qu'il n'en reste plus qu'un.

2012/2013

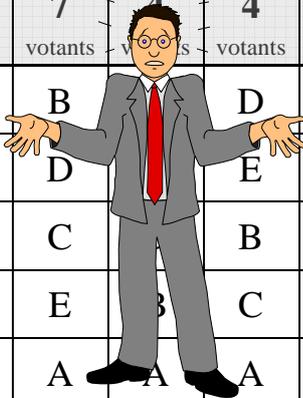
137

En conclusion ?

5 candidats: Albert, Bruno, Claire, Diane, Eric

25 votants:

8 votants	7 votants	4 votants	4 votants	2 votants
A	B	D	D	C
C	D	E	E	E
D	C	B	B	D
B	E	C	C	B
E	A	A	A	A



2012/2013

138

Majorité relative:

↳ **Albert** est élu

Procédure française:

↳ **Bruno** est élu

Procédure de Condorcet:

↳ **Claire** est élue

Procédure de Borda:

↳ **Diane** est élue

Eliminations successives:

↳ **Eric** est élu

Kenneth Arrow (Nobel d'économie, 1972)

- **Théorème d'impossibilité (1952) :**

Avec au moins 2 votants et 3 candidats, il est **impossible** de construire une procédure de vote satisfaisant simultanément les 5 propriétés suivantes :

- Non-dictature.
- Universalité.
- Indépendance vis-à-vis des tiers.
- Monotonicité.
- Non-imposition.

2012/2013

139

Problématiques

	g_1	g_2	g_3	...
a	$g_1(a)$	$g_2(a)$	$g_3(a)$...
b	$g_1(b)$	$g_2(b)$	$g_3(b)$...
c	...			
...	...			

Evaluations

- n actions
- k critères

- α - choix : déterminer un sous-ensemble d'actions (les « meilleures »).
- β - tri : trier les actions dans des catégories pré-déterminées.
- γ - classement : de la meilleure à la moins bonne action.
- δ - description : décrire les actions et leurs conséquences.

2012/2013

140

Une Approche Courante : La Somme Pondérée

		Critères			
		g_1	g_2	g_3	...
Actions ou Décisions	a	$g_1(a)$	$g_2(a)$	$g_3(a)$...
	b	$g_1(b)$	$g_2(b)$	$g_3(b)$...
	c	...			
			
Poids des critères		w_1	w_2	w_3	...

2012/2013

141

Une Approche Courante : La Somme Pondérée

- Valeur globale de a :

$$V(a) = w_1 g_1(a) + w_2 g_2(a) + \dots$$
- a est meilleure que b si :

$$V(a) > V(b)$$

(en supposant que tous les critères soient à maximiser)

2012/2013

142

Somme Pondérée : Exemple 1

	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
a	100	100	100	100	55
b	85	85	85	85	100
	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5

- $V(a) = 91$ $V(b) = 88$
- Compensation totale des points faibles par les points forts.

2012/2013

143

Somme Pondérée : Exemple 2

	g_1	g_2
a	100	0
b	0	100
c	50	50
d	50	50
	1/2	1/2

- $V(a) = V(b) = V(c) = V(d) = 50$
- Elimination des conflits.

2012/2013

144

Somme Pondérée : Exemple 3

*"Le bénéfice est environ 2 fois plus important
que le gain de temps;
0.7 pour le bénéfice et 0.3 pour le gain de temps.*

	g_1 (BF)	g_2 (min)
<i>a</i>	60	60
<i>b</i>	48	70
	0.7	0.3

$$V(a) = 60$$

$$V(b) = 54.6$$

a est première.

2012/2013

145

Somme Pondérée : Exemple 3

*"Le bénéfice est environ 2 fois plus important
que le gain de temps;
0.7 pour le bénéfice et 0.3 pour le gain de temps.*

	g_1 (FF)	g_2 (min)
<i>a</i>	10	60
<i>b</i>	8	70
	0.7	0.3

$$V(a) = 25$$

$$V(b) = 26.6$$

b est première.

2012/2013

146

Somme Pondérée : Exemple 3

	g_1 (BF)	g_2 (min)
a	60	60
b	48	70
	0.7	0.3

$$V(a) = 60$$

$$V(b) = 54.6$$

a est première.

	g_1 (FF)	g_2 (min)
a	10	60
b	8	70
	0.7	0.3

$$V(a) = 25$$

$$V(b) = 26.6$$

b est première.

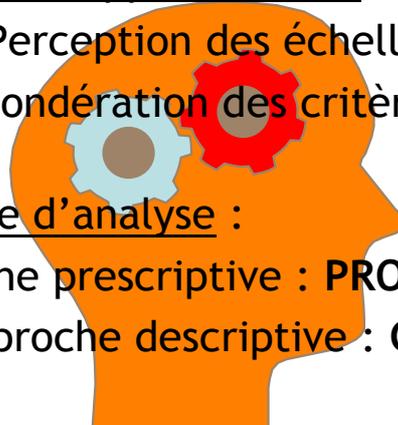
2012/2013

→ Signification des "poids" ! ←

147

Méthodes d'Aide à la Décision

- Information supplémentaire :
 - Perception des échelles
 - Pondération des critères
- Procédure d'analyse :
 - Approche prescriptive : **PROMETHEE**
 - Approche descriptive : **GAIA**



2012/2013



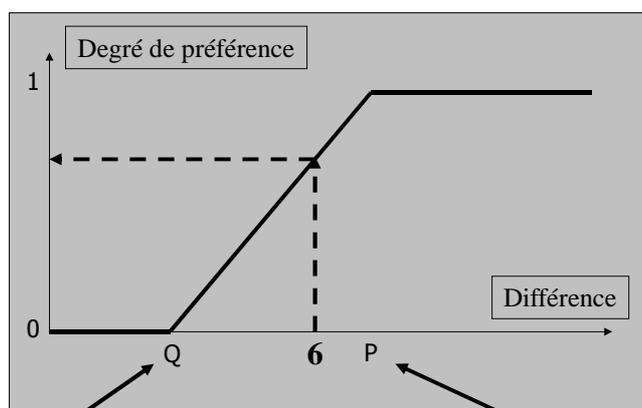
Comparaison de 2 Actions

	Crit. 1 (/20)	Crit. 2 (cote)	Crit. 3 (appréc.)	Crit. 4 (O/N)	...
Action 1	18	135	B	Oui	...
Action 2	9	147	Différence = 6		...
Action 3	15	129	TB	Non	...
Action 4	12	146	TM	?	...
Action 5	7	121	B	Oui	...
...

2012/2013

149

Fonctions de Préférence



Seuil d'indifférence

Linéaire

Seuil de préférence

2012/2013

150

PROMETHEE

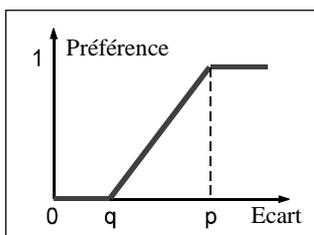
	Economic		Luxe 1	
<u>-230000</u>	250000	Prix	480000	
	50	Puissance	90	<u>+40</u>
<u>-1,0</u>	7,5	Consomm.	8,5	
	2	Habitabilité	4	<u>+2</u>
	1	Confort	5	<u>+4</u>

2012/2013



PROMETHEE

	Economic		Luxe 1		
1,0	<u>-230000</u>	250000	Prix	480000	
		50	Puissance	90	1,0
0,5	<u>-1,0</u>	7,5	Consomm.	8,5	
		2	Habitabilité	4	0,5
		1	Confort	5	1,0



2012/2013

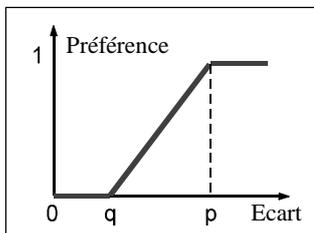
152

PROMETHEE

Préf (Eco.,Lux.)

Préf (Lux.,Eco.)

	Economic		Luxe 1	
1,0	-230000	250000	Prix	480000
0,0		50	Puissance	90
0,5	-1,0	7,5	Consomm.	8,5
0,0		2	Habitabilité	4
0,0		1	Confort	5
				+40
				+2
				+4



2012/2013

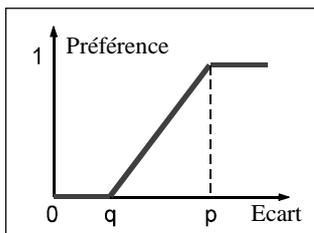
153

PROMETHEE

Préf (Eco.,Lux.)

Préf (Lux.,Eco.)

	Economic		Luxe 1		Poids
1,0	-230000	250000	Prix	480000	0,0
0,0		50	Puissance	90	1,0
0,5	-1,0	7,5	Consomm.	8,5	0,0
0,0		2	Habitabilité	4	0,5
0,0		1	Confort	5	1,0
				+40	
				+2	
				+4	



$$\square \text{Préf (Eco.,Lux.)} = 0,3$$

$$= (1 + 0 + 0,5 + 0 + 0) / 5$$

$$\square \text{Préf (Lux.,Eco.)} = 0,5$$

$$= (0 + 1 + 0 + 0,5 + 1) / 5$$

2012/2013

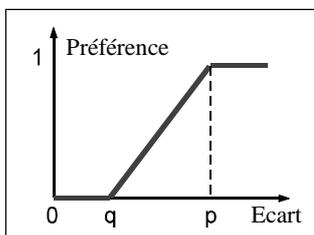
154

PROMETHEE

Préf (Eco.,Lux.)

Préf (Lux.,Eco.)

		Economic		Luxe 1		Poids
1,0	-230000	250000	Prix	480000	0,0	2
0,0		50	Puissance	90	+40	1
0,5	-1,0	7,5	Consomm.	8,5		2
0,0		2	Habitabilité	4	+2	1
0,0		1	Confort	5	+4	1



$$\square \text{Préf (Eco.,Lux.)} = 0,43$$

$$= (2 \times 1 + 0 + 2 \times 0,5 + 0 + 0) / 7$$

$$\square \text{Préf (Lux.,Eco.)} = 0,36$$

$$= (0 + 1 + 0 + 0,5 + 1) / 7$$

2012/2013

155

Comparaisons par Paires

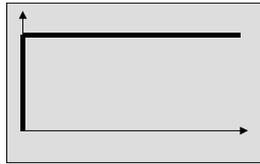
- Pour chaque critère g_j :
 - Fonction de préférence P_j
 - Poids w_j
- Degré de préférence multicritère de a sur b :

$$\pi(a,b) = \sum_{j=1}^k w_j P_j(a,b)$$

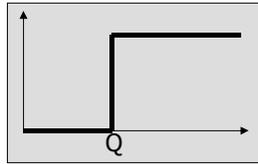
2012/2013

156

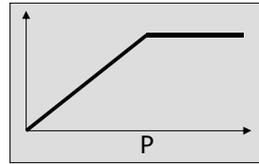
Fonctions de Préférence



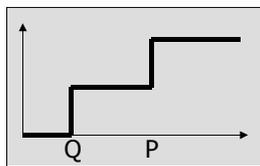
Critère usuel



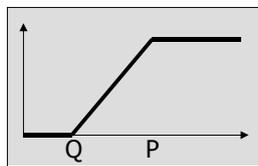
Critère en « U »



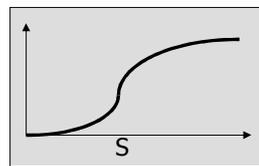
Critère en « V »



Critère à palier



Critère linéaire



Critère Gaussien

2012/2013

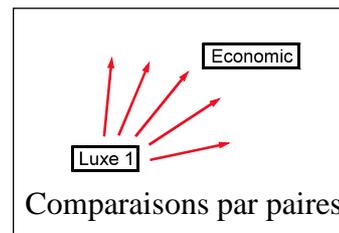
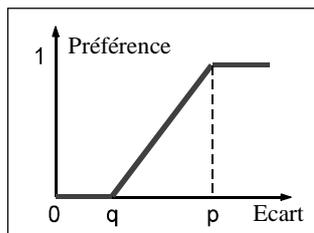
157

PROMETHEE

Préf (Eco.,Lux.)

Préf (Lux.,Eco.)

	Economic		Luxe 1	
1,0	-230000	250000	Prix	480000
0,0		50	Puissance	90
0,5	-1,0	7,5	Consomm.	8,5
0,0		2	Habitabilité	4
0,0		1	Confort	5



2012/2013

158

Matrice des $\pi(a,b)$

$\pi(a,b)$	<i>Moy.A</i>	<i>Sport</i>	<i>Moy.B</i>	<i>Lux.1</i>	<i>Econ.</i>	<i>Lux.2</i>	$\phi^+(a)$
<i>Moy.A</i>	0,00						
<i>Sport</i>		0,00					
<i>Moy.B</i>			0,00				
<i>Lux.1</i>				0,00	0,50		
<i>Econ.</i>				0,30	0,00		
<i>Lux.2</i>						0,00	
$\phi^-(a)$							
$\phi(a)$							

2012/2013

159

Matrice des $\pi(a,b)$

$\pi(a,b)$	<i>Moy.A</i>	<i>Sport</i>	<i>Moy.B</i>	<i>Lux.1</i>	<i>Econ.</i>	<i>Lux.2</i>	$\phi^+(a)$
<i>Moy.A</i>	0,00	0,34	0,00	0,21	0,26	0,22	
<i>Sport</i>	0,20	0,00	0,16	0,24	0,30	0,24	
<i>Moy.B</i>	0,15	0,55	0,00	0,32	0,45	0,33	
<i>Lux.1</i>	0,18	0,45	0,10	0,00	0,50	0,15	
<i>Econ.</i>	0,20	0,34	0,14	0,30	0,00	0,35	
<i>Lux.2</i>	0,24	0,30	0,10	0,04	0,60	0,00	
$\phi^-(a)$							
$\phi(a)$							

2012/2013

160

Calcul de $\phi^+(a)$

$\pi(a,b)$	<i>Moy.A</i>	<i>Sport</i>	<i>Moy.B</i>	<i>Lux.1</i>	<i>Econ.</i>	<i>Lux.2</i>	$\phi^+(a)$
<i>Moy.A</i>	0,00	0,34	0,00	0,21	0,26	0,22	0,21
<i>Sport</i>	0,20	0,00	0,16	0,24	0,30	0,24	0,23
<i>Moy.B</i>	0,15	0,55	0,00	0,32	0,45	0,33	0,36
<i>Lux.1</i>	0,18	0,45	0,10	0,00	0,50	0,15	0,28
<i>Econ.</i>	0,20	0,34	0,14	0,30	0,00	0,35	0,27
<i>Lux.2</i>	0,24	0,30	0,10	0,04	0,60	0,00	0,26
$\phi^-(a)$							
$\phi(a)$							

2012/2013

161

Calcul de $\phi^+(a)$

$\pi(a,b)$	<i>Moy.A</i>	<i>Sport</i>	<i>Moy.B</i>	<i>Lux.1</i>	<i>Econ.</i>	<i>Lux.2</i>	$\phi^+(a)$
<i>Moy.A</i>	0,00	0,34	0,00	0,21	0,26	0,22	0,21
<i>Sport</i>	0,20	0,00	0,16	0,24	0,30	0,24	0,23
<i>Moy.B</i>	0,15	0,55	0,00	0,32	0,45	0,33	0,36
<i>Lux.1</i>	0,18	0,45	0,10	0,00	0,50	0,15	0,28
<i>Econ.</i>	0,20	0,34	0,14	0,30	0,00	0,35	0,27
<i>Lux.2</i>	0,24	0,30	0,10	0,04	0,60	0,00	0,26
$\phi^-(a)$							
$\phi(a)$							

2012/2013

162

Calcul de $\phi^-(a)$

$\pi(a,b)$	<i>Moy.A</i>	<i>Sport</i>	<i>Moy.B</i>	<i>Lux.1</i>	<i>Econ.</i>	<i>Lux.2</i>	$\phi^+(a)$
<i>Moy.A</i>	0,00	0,34	0,00	0,21	0,26	0,22	0,21
<i>Sport</i>	0,20	0,00	0,16	0,24	0,30	0,24	0,23
<i>Moy.B</i>	0,15	0,55	0,00	0,32	0,45	0,33	0,36
<i>Lux.1</i>	0,18	0,45	0,10	0,00	0,50	0,15	0,28
<i>Econ.</i>	0,20	0,34	0,14	0,30	0,00	0,35	0,27
<i>Lux.2</i>	0,24	0,30	0,10	0,04	0,60	0,00	0,26
$\phi^-(a)$	0,19	0,40	0,10	0,22	0,42	0,26	
$\phi(a)$							

2012/2013

163

Calcul de $\phi^-(a)$

$\pi(a,b)$	<i>Moy.A</i>	<i>Sport</i>	<i>Moy.B</i>	<i>Lux.1</i>	<i>Econ.</i>	<i>Lux.2</i>	$\phi^+(a)$
<i>Moy.A</i>	0,00	0,34	0,00	0,21	0,26	0,22	0,21
<i>Sport</i>	0,20	0,00	0,16	0,24	0,30	0,24	0,23
<i>Moy.B</i>	0,15	0,55	0,00	0,32	0,45	0,33	0,36
<i>Lux.1</i>	0,18	0,45	0,10	0,00	0,50	0,15	0,28
<i>Econ.</i>	0,20	0,34	0,14	0,30	0,00	0,35	0,27
<i>Lux.2</i>	0,24	0,30	0,10	0,04	0,60	0,00	0,26
$\phi^-(a)$	0,19	0,40	0,10	0,22	0,42	0,26	
$\phi(a)$							

2012/2013

164

Calcul de $\phi(a)$

$\pi(a,b)$	<i>Moy.A</i>	<i>Sport</i>	<i>Moy.B</i>	<i>Lux.1</i>	<i>Econ.</i>	<i>Lux.2</i>	$\phi^+(a)$
<i>Moy.A</i>	0,00	0,34	0,00	0,21	0,26	0,22	0,21
<i>Sport</i>	0,20	0,00	0,16	0,24	0,30	0,24	0,23
<i>Moy.B</i>	0,15	0,55	0,00	0,32	0,45	0,33	0,36
<i>Lux.1</i>	0,18	0,45	0,10	0,00	0,50	0,15	0,28
<i>Econ.</i>	0,20	0,34	0,14	0,30	0,00	0,35	0,27
<i>Lux.2</i>	0,24	0,30	0,10	0,04	0,60	0,00	0,26
$\phi^-(a)$	0,19	0,40	0,10	0,22	0,42	0,26	
$\phi(a)$	0,02	-0,17	0,26	0,06	-0,15	0,00	

2012/2013

165

Calcul de $\phi(a)$

$\pi(a,b)$	<i>Moy.A</i>	<i>Sport</i>	<i>Moy.B</i>	<i>Lux.1</i>	<i>Econ.</i>	<i>Lux.2</i>	$\phi^+(a)$
<i>Moy.A</i>	0,00	0,34	0,00	0,21	0,26	0,22	0,21
<i>Sport</i>	0,20	0,00	0,16	0,24	0,30	0,24	0,23
<i>Moy.B</i>	0,15	0,55	0,00	0,32	0,45	0,33	0,36
<i>Lux.1</i>	0,18	0,45	0,10	0,00	0,50	0,15	0,28
<i>Econ.</i>	0,20	0,34	0,14	0,30	0,00	0,35	0,27
<i>Lux.2</i>	0,24	0,30	0,10	0,04	0,60	0,00	0,26
$\phi^-(a)$	0,19	0,40	0,10	0,22	0,42	0,26	
$\phi(a)$	0,02	-0,17	0,26	0,06	-0,15	0,00	

2012/2013

166

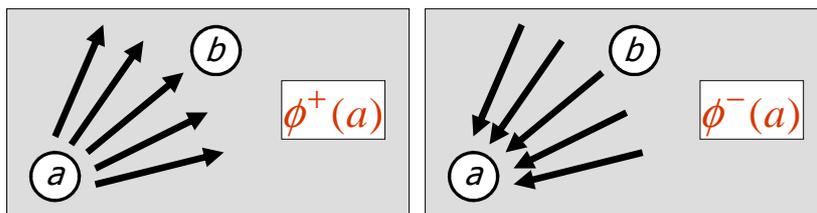
Calcul des flux de préférence

$\pi(a,b)$	Moy.A	Sport	Moy.B	Lux.1	Econ.	Lux.2	$\phi^+(a)$
Moy.A	0,00	0,34	0,00	0,21	0,26	0,22	0,21
Sport	0,20	0,00	0,16	0,24	0,30	0,24	0,23
Moy.B	0,15	0,55	0,00	0,32	0,45	0,33	0,36
Lux.1	0,18	0,45	0,10	0,00	0,50	0,15	0,28
Econ.	0,20	0,34	0,14	0,30	0,00	0,35	0,27
Lux.2	0,24	0,30	0,10	0,04	0,60	0,00	0,26
$\phi^-(a)$	0,19	0,40	0,10	0,22	0,42	0,26	
$\phi(a)$	0,02	-0,17	0,26	0,06	-0,15	0,00	

2012/2013

167

Flux de Préférence



- Flux sortant :
(puissance)

$$\phi^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{b \in A} \pi(a,b)$$

- Flux entrant :
(faiblesse)

$$\phi^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{b \in A} \pi(b,a)$$

- Flux net :

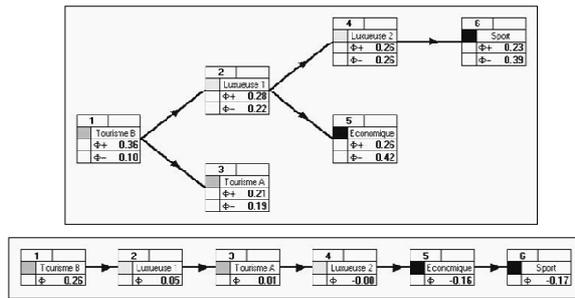
$$\phi(a) = \phi^+(a) - \phi^-(a)$$

2012/2013

168

PROMETHEE

- Classer les décisions de la meilleure à la moins bonne
- Mettre en évidence les meilleurs compromis

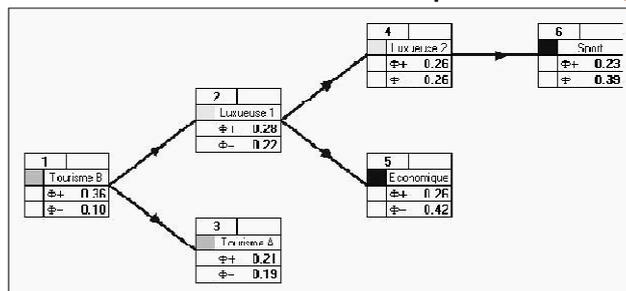


2012/2013

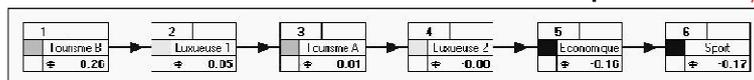
169

PROMETHEE

- PROMETHEE I : classement partiel ϕ^+, ϕ^-



- PROMETHEE II : classement complet ϕ

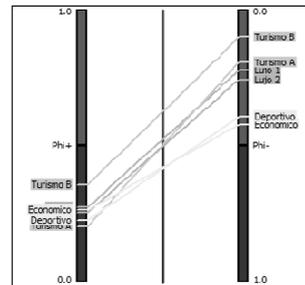
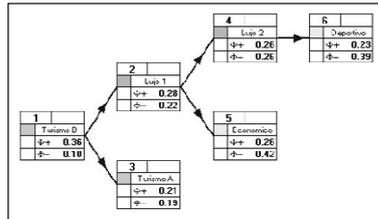


2012/2013

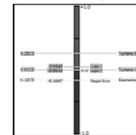
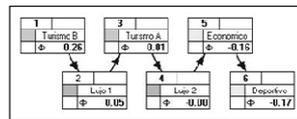
170

PROMETHEE I & II

- PROMETHEE I : classement partiel - ϕ^+, ϕ^-



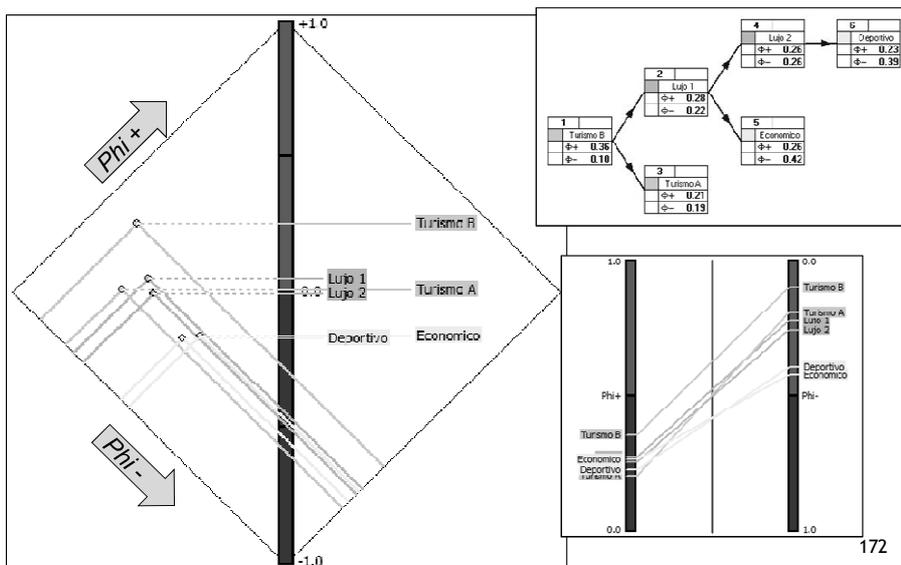
- PROMETHEE II : classement complet - ϕ



2012/2013

171

Diamant PROMETHEE



172

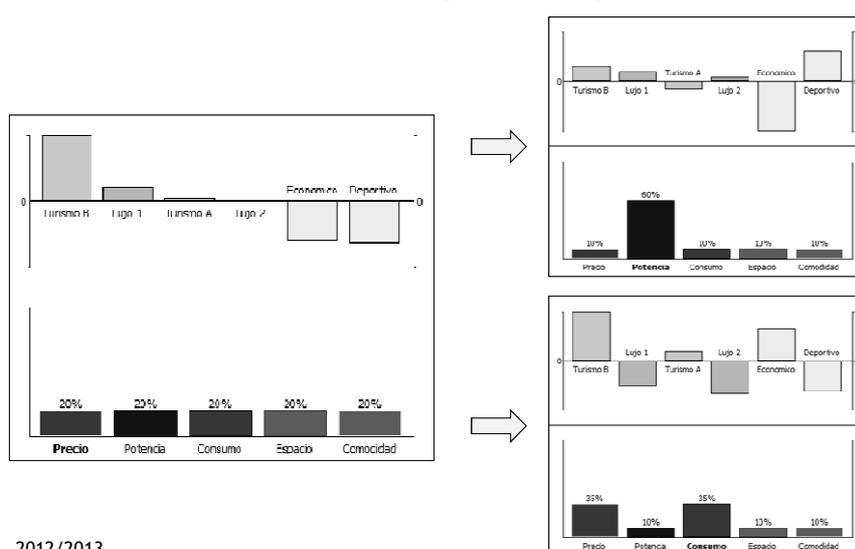
Analyse de Sensibilité avec PROMETHEE

- Poids des critères \leftrightarrow classement PROMETHEE.
- Analyse de sensibilité interactive : « Walking Weights ».
- Robustesse par rapport aux poids ?
 - Intervalles de stabilité.
 - Intervalles de stabilité visuels.

2012/2013

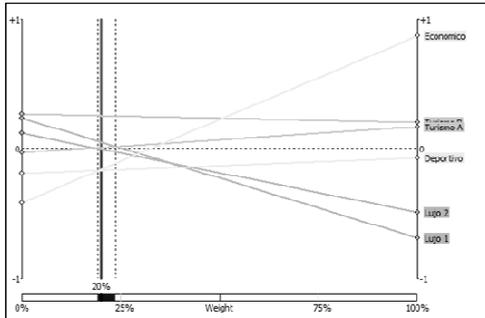
173

Walking Weights



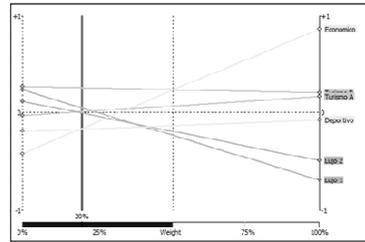
2012/2013

Visual Stability Intervals

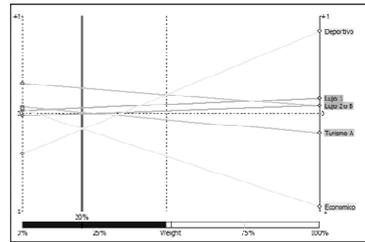


VSI pour « Prix » (niveau 6):
[19.20% , 23.70%]

2012/2013



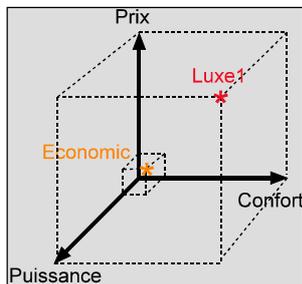
VSI pour « Prix » (niv. 1): [0.00% , 50.68%]



VSI pour « Puissance » (niv. 1): [0.00% , 48.65%]

175

GAIA



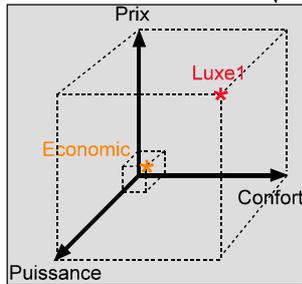
- Représentation graphique.
- 5 dimensions !

2012/2013

176

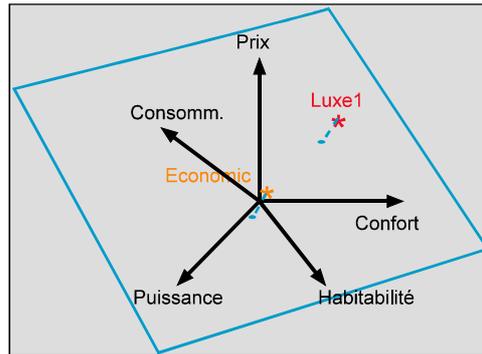
GAIA

1. *Calcul des flux nets unicritères (normalisation)*
2. *Projection sur un plan :*



- Représentation graphique.
- 5 dimensions !

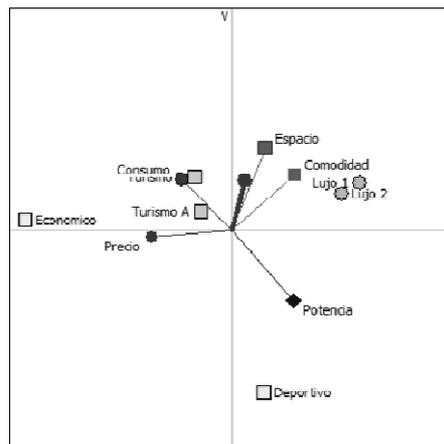
2012/2013



177

GAIA

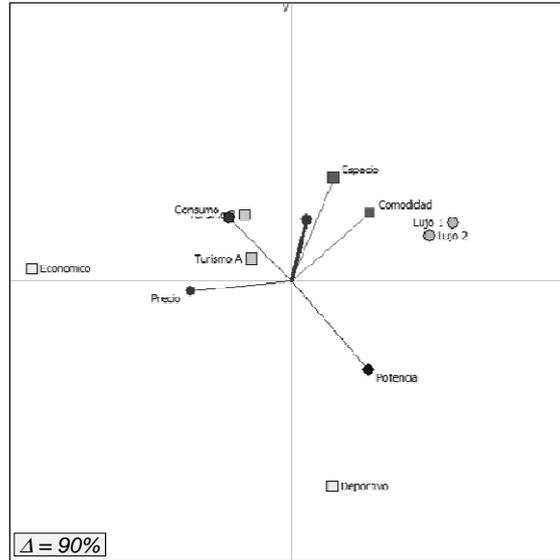
- Mettre en évidence les conflits entre critères.
- Identifier les compromis possibles.
- Aider à fixer les priorités.



2012/2013

178

GAIA

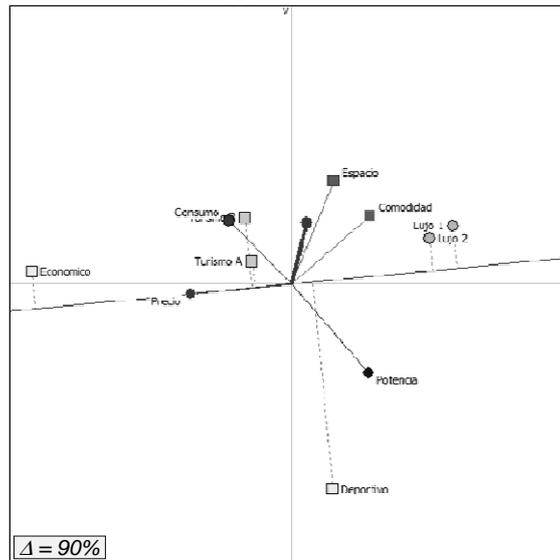


- *Actions :*
points
- *Critères :*
axes

2012/2013

179

GAIA

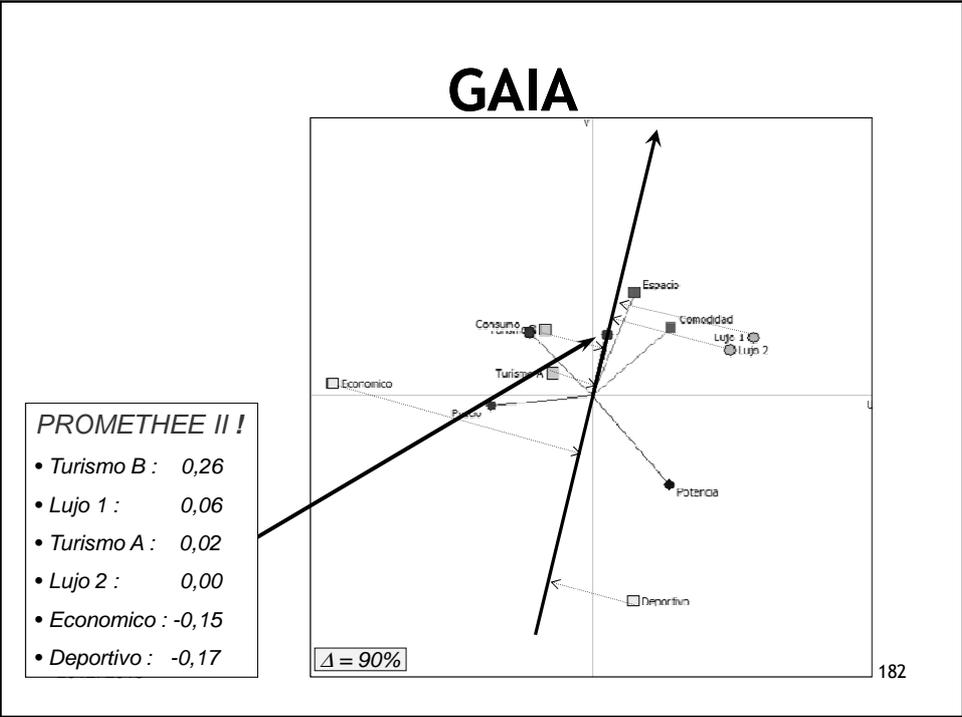
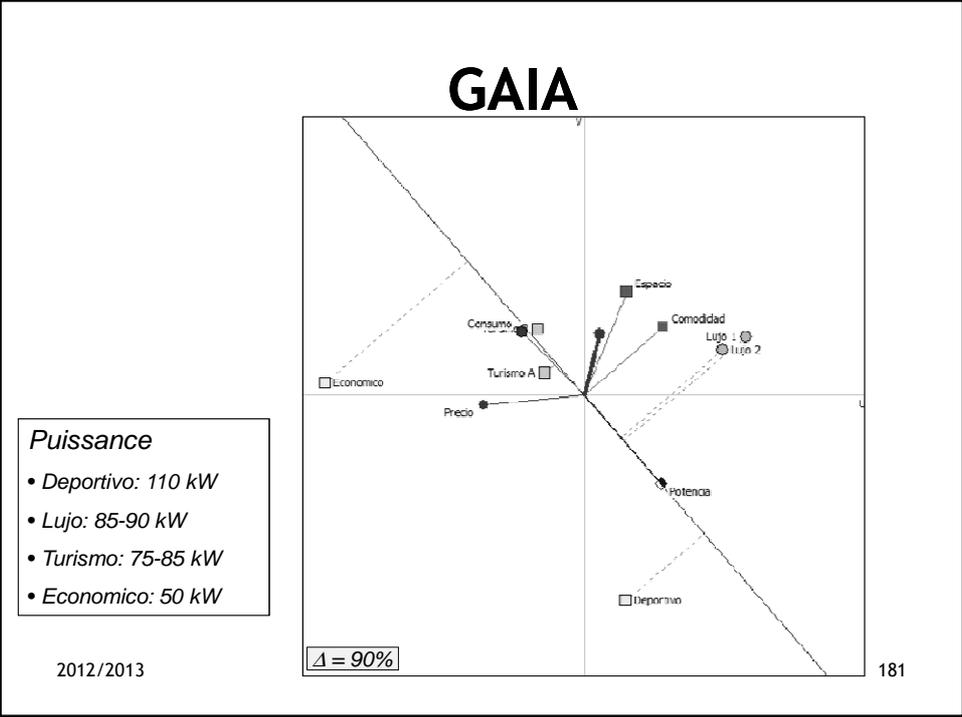


Prix

- *Economico: 15 k€*
- *Turismo: 25,5-26 k€*
- *Deportivo: 29 k€*
- *Lujo: 35-38 k€*

2012/2013

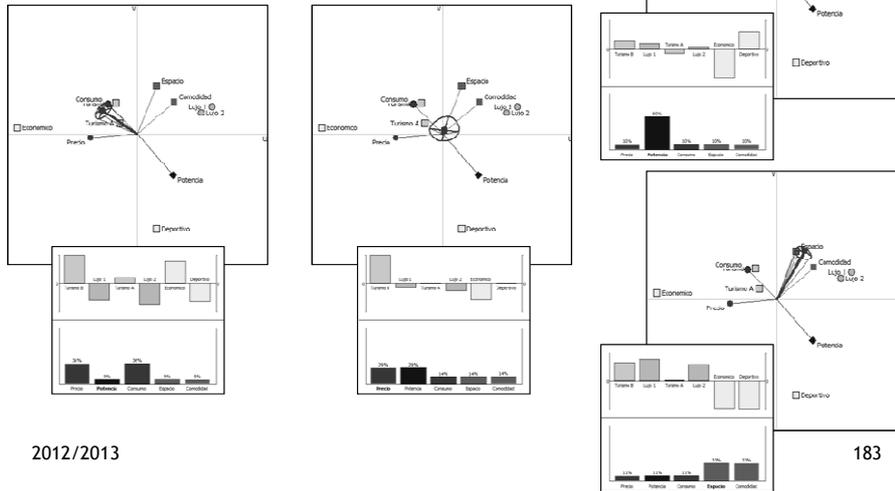
180



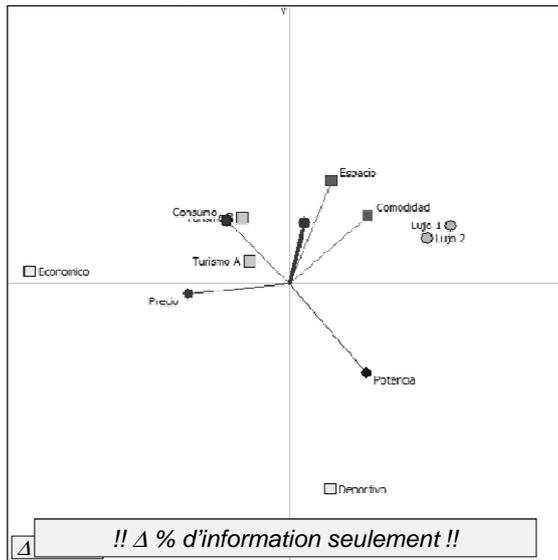
GAIA-Brain

20 ans

35 ans



GAIA

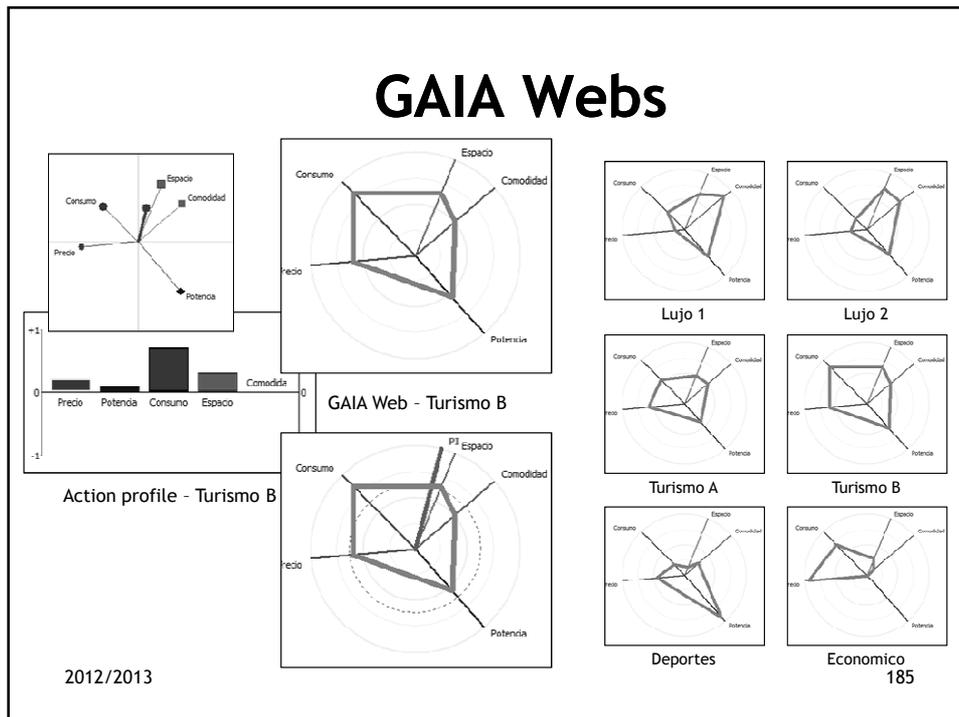


- *Actions :*
points
- *Critères :*
axes
- *Axe de décision*

2012/2013

184

GAIA Webs



Méthodes PROMETHEE & GAIA

- PROMETHEE : approche prescriptive
 - Classement partiel des actions
 - PROMETHEE I
 - Classement complet des actions
 - PROMETHEE II
- GAIA : approche descriptive
 - Identification des conflits entre critères.
 - Profils caractéristiques des actions.
 - Fixer les priorités, analyse de sensibilité.

2012/2013

186

Exemple 2 : Localisation d'une usine

- Actions : 5 sites potentiels
- Critères :
 - f_1 : Coût (investissement)
 - f_2 : Coût (opérations)
 - f_3 : Emploi
 - f_4 : Transport
 - f_5 : Impact sur l'environnement
 - f_6 : Impact social

2012/2013

187

Tableau d'Evaluation

	Investment	Operations	Employment	Transportation	Environment	Social
Min/Max:	Minimize	Minimize	Minimize	Maximize	Minimize	Minimize
Weight	25.0000	15.0000	20.0000	20.0000	13.0000	10.0000
Preference Functi	Linear	Linear	Linear	Level	Level	Level
Indifference Thres	5.00 %	5.00 %	5.00 %	0.5000	0.5000	0.5000
Preference Thres	25.00 %	25.00 %	10.00 %	1.5000	1.5000	1.5000
Gaussian Thresh						
Threshold Unit	Percent	Percent	Percent	Absolute	Absolute	Absolute
Unit	M\$	M\$	workers	5-port	Impact	Impact
Site 1	74.0000	12.0000	175.0000	Average	High	Low
Site 2	86.0000	9.0000	170.0000	Good	Low	Very Low
Site 3	89.0000	7.0000	145.0000	Very Good	Very Low	Moderate
Site 4	115.0000	8.0000	95.0000	Bad	Low	High
Site 5	128.0000	10.0000	110.0000	Good	Moderate	Very Low

- Critères à minimiser ou maximiser.
- Echelles différentes.
- Critères quantitatifs ou qualitatifs.

2012/2013

188

Problèmes de Décision Mono- et Multidécideur

- Monodécideur :
 - Une seule partie prenante dans le processus.
 - Evaluations et structure de préférence uniques.
- Multidécideur :
 - Plusieurs parties prenantes.
 - Evaluations et structures de préférences multiples.
 - Recherche d'un consensus.

2012/2013

189

Exemple

- Quatre parties prenantes (“décideurs”) :
 - Industriel,
 - Pouvoirs publics (région),
 - Associations de protection de l'environnement,
 - Syndicats.
- Quatre tableaux multicritères.

2012/2013

190

Modèle Multi-scénarios

- Scénarios :
 - Points de vue,
 - Hypothèses de travail, ...
- Evaluations :
 - Critères 'objectifs' : évaluations communes.
 - Critères 'subjectifs' : évaluations particulières à chaque scénario.
- Structures de préférences différentes :
 - Poids, seuils de préférence.

2012/2013

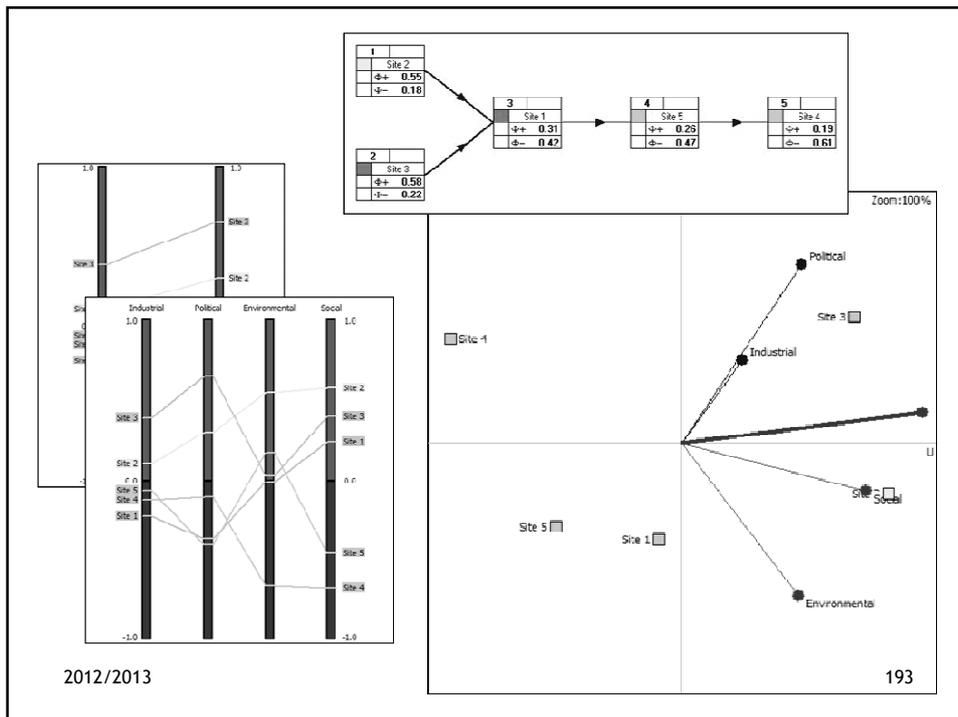
191

Modèle Multi-scénarios

- Adaptation de PROMETHEE :
 - Classements individuels
 - Classements globaux (groupe) en tenant compte d'une pondération éventuelle des scénarios
- Adaptation de GAIA :
 - GAIA-Critères
 - GAIA-Scénarios
 - GAIA-Unicritère

2012/2013

192



Visual PROMETHEE

WWW.PROMETHEE-GAIA.NET



- 3-level simple hierarchical criteria structure.
- New visual tools:
 - PROMETHEE rankings and Diamond,
 - Visual Weight Stability Intervals,
 - Decision-maker's Brain (PROMETHEE VI),
 - GAIA-3D,
 - GAIA-Webs and PROMap GIS integration,
 - Performance (input-output) analysis, ...

2012/2013

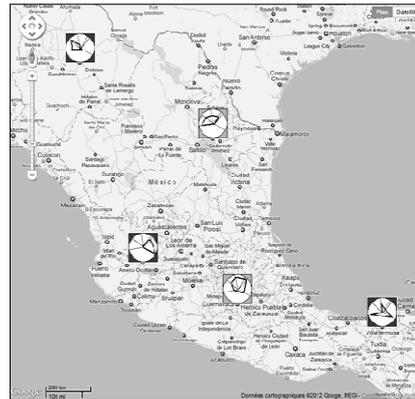
194

PROMap

- *Intégration avec Google Maps :*



2012/2013



195

Prise de décision en groupe

- Jusqu'à 80% du temps de travail des cadres supérieurs et dirigeants passé en réunions.
 - Temps (réunions, déplacements),
 - Coût élevé.
- Efficacité limitée des réunions classiques :
 - Temps de parole limité,
 - Freins psychologiques,
 - Mémoire limitée, ...
- Enjeux importants pour les organisations.

2012/2013

196

« GDSS Rooms »



2012/2013

